

ФОРМУВАННЯ НЕЧІТКОЇ СТРУКТУРИ СТРАХОВОГО ПОРТФЕЛЯ

Вступ. При управлінні роботою страхової компанії важливу роль відіграють математичні моделі, метою яких є опис різних видів діяльності страхової компанії. Вивчення таких моделей і проведення на їх основі розрахунків важливих характеристик роботи страхової компанії дозволяє пропонувати приклади оптимальних управлінських рішень.

Однією з найважливіших проблем в управлінні страховими компаніями є формування структури страхового портфеля. Так само як інвестори, які віддають перевагу формуванню портфеля, а не придбанню цінних паперів одного виду, страховики прагнуть працювати з кількома видами страхування, оскільки, формуючи страховий портфель, можна знизити рівень ризику, не зменшуючи при цьому очікуваної дохідності [1]. Тобто страховик має дві суперечні між собою цілі, які повинні бути збалансовані при прийнятті інвестиційного рішення: одночасно максимізувати очікувану дохідність і мінімізувати невизначеність, тобто ризик [2].

Класичним вирішенням цієї проблеми є використання портфельної теорії Марковіца, за яку він отримав Нобелівську премію в області економіки в 1990 році. Але оскільки дохід по видам страхування є випадковим, його точне значення в майбутньому невідомо, а імовірнісний опис такого роду випадковості не зовсім коректний, то в якості опису дохідності видів страхування доцільно використати нечітко-множинний апарат. Так експерт відмовляється від ймовірносного опису і формує розрахунковий коридор для показника очікуваної дохідності [3]. Засновником теорії нечітких множин та нечіткої логіки вважається Л. Заде. Надалі вирішенням проблеми розподілу цінних паперів в портфелі займались А.О. Недосекін та Зайченко Ю.П. [3,4].

Постановка задачі. Перед керівником страхової компанії часто постає проблема визначення оптимальної частки кожного виду страхування в загальній структурі портфеля. При цьому економічно доцільно визначити таку структуру страхового портфеля на майбутній період, яка максимізує його середню дохідність при заданому обмеженні на рівень ризику. Задача формування нечіткої структури страхового портфеля полягає у визначенні відсоткового розподілу часток всіх n видів страхування в страховому портфелі на основі не ймовірнісно-статистичного підходу, а з врахуванням ситуації на

страховому ринку, тобто за допомогою застосування нечітко-множинного апарату.

Методологія. Методологічну і теоретичну основу даної роботи побудовано на основі моделі оцінки інвестиційних портфелів Марковіца, яка полягає у статистичному розгляді майбутнього доходу, як випадкової величини, що змінюється в деяких межах.

З метою відмови від ймовірнісного підходу, в якості опису дохідності видів страхування було використано нечітко-множинний апарат. Для реалізації побудованої моделі було використано програмне середовище Borland C++ Builder, що є універсальною системою візуального об'єктно-орієнтованого програмування.

Результати дослідження. Використовуючи класичну портфельну теорію Марковіца отримаємо наступну математичну модель.

Якщо r_i - це середня дохідність i -го виду страхування, а $r_p = \sum_{i=1}^n \omega_i r_i$ - середня дохідність страхового портфеля, який містить договори n видів страхування, причому ω_i - частка i -того виду страхування у загальній структурі портфеля, то

$$\sigma_p = \sqrt{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \omega_i \omega_j \sigma_{ij}} \rightarrow \min, \quad (1)$$

$$r_p = \sum_{i=1}^n \omega_i r_i, \quad (2)$$

$$\omega_i = \frac{x_i}{\sum_{i=1}^n x_i}, \quad \sum_{i=1}^n \omega_i = 1, \quad \omega_i \geq 0, \quad i = \overline{1, n} \quad (3)$$

де

x_i - сума премій за i -тим видом страхування;

ω_i - частка i -того виду страхування у загальній структурі портфеля;

σ_p - відхилення дохідності за портфелем (оцінює ступінь можливого відхилення фактичної дохідності від очікуваної).

σ_{ij} - коваріація дохідностей i -го та j -го видів страхування.

Для того, щоб знизити ризик за портфелем, у процесі його диверсифікації, використовують активи, дохід за якими мало корельований.

Для розв'язку задачі (1) - (3) використовується метод множників Лагранжа і в результаті отримуємо множину портфелів, які задовольняють

всім поставленим умовам і знаходяться на верхній межі допустимої множини портфелів Марковіца, тобто мають найвищу дохідність.

Розглянемо задачу на основі наведеної моделі щодо її нечітких параметрів. Для i -го виду страхування маємо:

$r = (r_{i1}, \bar{r}_i, r_{i2})$ – дохідність по i -му виду страхування, трикутне нечітке число, де

\bar{r}_i – очікувана дохідність по i -му виду страхування;

r_{i1} – нижня границя дохідності i -го виду страхування;

r_{i2} – верхня границя дохідності i -го виду страхування;

Тоді дохідність портфеля:

$$r = (r_{\min} = \sum_{i=1}^n \omega_i r_{1i}, \bar{r} = \sum_{i=1}^n \omega_i \bar{r}_i, r_{\max} = \sum_{i=1}^n \omega_i r_{2i}), \quad (4)$$

також являється трикутним нечітким числом (як лінійна комбінація нечітких трикутних чисел), де ω_i – частка i -го виду страхування в портфелі.

Зафіксувавши r^* – критичне значення дохідності портфелю, стає очевидним, що якщо фактичне значення портфеля виявиться нижче за r^* , то портфель сформовано неефективно. Надалі, зафіксувавши \bar{r} – необхідний рівень очікуваної дохідності портфеля, маніпулюючи вектором $\{\omega_i\}$, можна домогтися мінімуму ризику. Тобто:

$$\{\omega_{opt}\} = \{\omega\} | r \rightarrow \max, \quad \beta = const.$$

Апарат оцінки власне ризику портфельних активів детально представлено в роботах [3,4]. Зазначимо лише, що при r_{\min} та r_{\max} (два значення оберненої функції приналежності $\mu_r^{-1}(0)$), вираз для ступеня ризику портфеля β в результаті деяких перетворень, має вигляд:

$$\beta = \begin{cases} 0, & \text{при } r^* < r_{\min}; \\ R(1 + \frac{1-\alpha}{\alpha} \cdot \ln(1-\alpha)), & \text{при } r_{\min} \leq r^* \leq \bar{r}; \\ 1 - (1-R)(1 + \frac{1-\alpha}{\alpha} \cdot \ln(1-\alpha)), & \text{при } \bar{r} \leq r^* < r_{\max}; \\ 1, & \text{при } r^* \geq r_{\max}; \end{cases} \quad (5)$$

де

$$R = \begin{cases} \frac{(r^* - r_{\min})}{(r_{\max} - r_{\min})}, & \text{при } r^* \leq r_{\max}; \\ 1, & \text{при } r^* > r_{\max} \end{cases} \quad (6)$$

$$\alpha = \begin{cases} 0, & \text{при } r^* < r_{\min}; \\ \frac{r^* - r_{\min}}{\bar{r} - r_{\min}}, & \text{при } r_{\min} \leq r^* < \bar{r}; \\ 1, & \text{при } r^* = \bar{r}; \\ \frac{r_{\max} - r}{r_{\max} - \bar{r}}, & \text{при } \bar{r} \leq r^* \leq r_{\max}; \\ 0, & \text{при } r^* \geq r_{\max}. \end{cases} \quad (7)$$

Кожен страховик, керуючись своїми потребами, може класифікувати значення β , виділивши для себе відрізок неприйнятних значень ризику.

Розрахунки були проведені на основі даних ЗАТ „СК АЕЛІТА” за 2007 – 2008 рр. Структура портфеля страхової компанії (за видами страхування) станом на 1 січня 2009 року така: страхування відповідальності перед 3-ми особами – 3%, добровільне медичне страхування на випадок хвороби – 2%, страхування наземного транспорту – 35%, страхування від вогневих ризиків – 3%, добровільне медичне страхування – 55%, інші види – 2% в загальній структурі портфеля.

Приймаючи до уваги ситуацію на страховому ринку, фахівцем робляться, наприклад, наступні висновки: дохідність кожного з видів страхування лежить в розрахунковому коридорі $[r_i - 0,05 \cdot r_i, r_i + 0,1 \cdot r_i]$.

Таким чином, провівши розрахунки, ми отримали оптимальні структури портфеля на наступний період в класичному (деякі з них представлено в табл. 1) та нечіткому (табл. 2) представленнях.

На основі отриманих результатів компанія може обрати оптимальну саме для неї структуру страхового портфеля, виходячи зі своїх керівницьких вподобань. Якщо наприклад, поставленою метою є зменшення рівня ризику, то буде обраний портфель з найменшим рівнем ризику 7,67%. Йому відповідатиме така структура: страхування відповідальності перед 3-ми особами – 8%, добровільне медичне страхування на випадок хвороби – 9%, страхування наземного транспорту – 22%, страхування від вогневих ризиків – 3%, добровільне медичне страхування – 52%, інші види – 6% в загальній структурі портфеля. При цьому очікувана дохідність сягатиме рівня 23,13%, а її нижня та верхня границі будуть відповідно 21,47% та 24,80%.

Таблиця 1.

Оптимальні портфелі, отримані за допомогою моделі Марковіца

Частка виду страхування в загальній структурі портфеля, %	дні	сть	пор	тфе	ля	ень	риз	ику
---	-----	-----	-----	-----	----	-----	-----	-----

Страховання відповідальності перед 3-ми особами	Добровільне медичне страхування на випадок хвороби	Страховання наземного транспорту	Страховання від вогневих ризиків	Добровільне медичне страхування	Інші види		
5	5	20	5	55	10	24,14	7,67
10	5	20	10	50	5	26,35	8,37
10	10	25	10	40	5	29,03	9,23
15	5	20	10	45	5	27,45	8,72
15	5	25	10	40	5	28,33	9,00

Таблиця 2.

Оптимальні портфелі, отримані при застосуванні нечітко-множинного методу

Частка виду страхування в загальній структурі портфеля, %						Нижня границя, %	Дохідність портфеля, %	Верхня границя, %	Рівень ризику
Страховання відповідальності перед 3-ми особами	Добровільне медичне страхування на випадок хвороби	Страховання наземного транспорту	Страховання від вогневих ризиків	Добровільне медичне страхування	Інші види				
8	9	22	3	52	6	21,47	23,13	24,80	7,67
8	14	27	8	42	1	24,84	26,76	28,69	8,37
13	9	32	3	42	1	23,86	25,71	27,56	9,23
13	14	22	8	42	1	25,01	26,95	28,88	8,72
13	14	27	8	37	1	25,80	27,80	29,80	9,00

Висновки. Наукова новизна даної роботи полягає в застосуванні відносно нового нечітко-множинного апарату до моделювання оптимальної структури саме страхового портфеля. З практичної точки зору запропонована нечітка модель портфельної оптимізації дає можливість прогнозувати не лише структуру та очікувану дохідність страхового портфеля, як при застосуванні класичної портфельної теорії, а також отримувати значення нижньої та верхньої границь дохідності портфеля, що дає страховику більш повне уявлення про формування структури портфеля на майбутнє.

За результатами моделювання оптимальної структури страхового портфеля страхової компанії „Аеліта” виявилось, що дохідність та структура портфелів, отриманих за допомогою використання класичної моделі Марковіца та нечітко-множинного її представлення, відрізняються. В першому випадку дохідність вища. Це пояснюється тим, що в моделі Марковіца розрахунок очікуваної дохідності базується на показниках за

минулі періоди, і майже не враховується ситуація на страховому ринку на момент прийняття рішення страховиком.

В нечітко-множинній моделі очікуване значення дохідності кожного активу розраховується вже не з статистичних даних, а виходячи з поточного стану страхового ринку. Структура оптимального портфеля, отримана в результаті застосування методів для тих же самих рівнів ризику теж різна. Причиною цього є різне розуміння рівня ризику портфеля. В нечітко-множинному методі під ризиком розуміють ситуацію, коли очікувана дохідність портфеля нижче заданого критичного рівня. В моделі Марковіца ризик розглядається як ступінь коливання очікуваного доходу портфеля, як в меншу так і в більшу сторону.

Значимість дослідження полягає в тому, що завдяки розглянутій у даній роботі математичній моделі на основі нечітко-множинного підходу можна сформулювати більш адекватну оптимальну структуру портфеля саме страхової компанії на майбутнє ніж при використанні класичних методів портфельної оптимізації.

Література

1. Орланюк-Малицкая Л. А. Платежеспособность страховой компании / Л. А. Орланюк - Малицкая. – М.: Анкил, 1994. – 150 с. – ISBN-10 5-484-01250-6.
2. Шарп У. Инвестиции: пер. с англ. / У. Шарп, Г. Александер, Дж. Бэйли. – М.: ИНФРА-М, 1997. – 1024 с. – ISBN 5-86225-455-2.
3. Зайченко Ю. П. Анализ инвестиционного портфеля с использованием аппарата нечетких множеств [Электронный ресурс] / Ю. Зайченко, Е. Малихех // Комп'ютерні інформаційні технології та системи, 2006. – Режим доступу: http://www.nbu.gov.ua/portal/natural/Vchdtu/2008_1/articles/Comp%20inf%20tech/2_Zaychenka.pdf.
4. Недосекин А. О. Нечетко множественный анализ риска фондовых инвестиций [Электронный ресурс] / А. О. Недосекин. – Режим доступу: <http://www.mirkin.ru/docs/book23.pdf>.
5. Применение теории нечётких множеств к задаче формирования портфеля проектов / В. М. Аньшин, И. В. Демкин, И. Н. Царьков, И. М. Никонов // Проблемы анализа риска. – 2008. – Т. 5, № 3. – С. 8-21.
6. Бенинг В. И. Одна модель оптимального поведения страховой компании. / В. И. Бенинг, В. И. Ротарь // Экономика и математические методы. – 1993. – № 4. – С. 617-626.
7. Едаков А. Элементарная математическая модель для прогнозирования результатов страховой компании / А. Едаков // Страховое дело. – 2001. – № 1. – С. 56-58.

8. Жданов А. Уточненный регрессионный метод расчета тарифных ставок в рисковом видах страхования / А. Жданов, Т. Чудилина // Страховое дело. – 2001. – № 12. – С. 37-41.
9. Arrow K.J. Optimal insurance and generalized deductibles / Arrow K.J. // Scandinavian Actuar. Journal. – 1974. - № 1. – P. 1-42.