

УДК 336.761.6

Сухих П. О.
студент групи УК–31
Факультет менеджменту та маркетингу
Національний технічний університет України „КПІ”

Єрохіна Ю.С.
студентка групи УК–31
Факультет менеджменту та маркетингу
Національний технічний університет України „КПІ”

ФІНАНСОВИЙ АРБІТРАЖ В ТЕРМІНАХ ТЕОРІЇ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ

Анотація

У даній статті автори адаптували концепцію фінансового арбітражу до стандартної задачі теорії прийняття рішень.

Мета дослідження полягала в розробці моделі виявлення арбітражних можливостей в рамках теорії прийняття рішень та окресленні потенційних напрямків подальшої роботи за цією темою.

Було розроблено модель фінансового ринку з урахуванням фактору невизначеності. На основі цієї моделі було проведено дослідження процесу прийняття рішення арбітражера на фінансових ринках та записано модель прийняття рішень на фінансових ринках.

Summary

In this article, the authors adapted the concept of the financial arbitration to the standard problems of decision making.

The aim of this research was to develop a model arbitration detection capabilities in the theory of decision making and delineation of potential areas for further work on this theme.

It was developed financial market model, taking into account the factor of uncertainty. Based on this model an authors were study of decision making process at financial markets, and formalized a model of decision making.

Ключові слова

Арбітраж, ефективний ринок, теорія прийняття рішень, ризик, торгівля цінними паперами, ризик–нейтральна міра.

Вступ

Діяльність на валютних та фондових ринках вимагає від гравців певних навичок та інструментарію для ефективної роботи, можливості швидко приймати рішення.

Кожен гравець в своїй діяльності намагається за можливістю звести ризики до мінімуму. Для цього слід використовувати всю корисну інформацію на ринку, що доступна гравцю. Тому інструменти обробки та пошуку інформації постійно вдосконалюються. У даній статті автори дослідили один із видів апріорної інформації - інформацію про ризик-нейтральну міру.

Постановка задачі

Використання електронних торговельних систем на фінансових ринках дозволило оперувати з ринками декількох країн без суттєвого відчуття просторової різниці в розміщенні. Ринки все дедалі більше наближуються до границі ефективності, коли нова інформація про ринок розповсюджується серед всіх гравців практично миттєво. Не зважаючи на це, ринок і на сьогоднішній день дає можливості для реалізації так званих арбітражних операцій.

Арбітражна операція (далі просто арбітраж) – це операція, що має на меті отримання доходів шляхом перепродажу цінних паперів або валют за більш вигідними цінами на тому ж ринку, але в майбутньому періоді або на інших ринках. Розмір максимального прибутку в результаті арбітражних операцій змінюється в залежності від їх ризикованості. У випадку використання похідних фінансових інструментів максимальний розмір ризику становитиме розмір сплати за інструмент.

У наш час вихід, реєстрація на біржі та подальша торгівля спрощені настільки, що практично кожний бажаючий індивід має можливість, сидячи за комп'ютером, реалізувати через Інтернет транзакцію на біржі. Активи, що торгуються виключно через електронні засоби, мають більший ступінь волотильності, ніж інструменти, що торгуються на реальних біржах. Такий ефект зумовлений тим, що кількість випадкових гравців, що можуть себе повести неадекватно з точки зору професійного гравця, на електронних ринках більша, ніж на звичайних біржах. Електронні ринки роблять гравці [1]. А там, де існує великий ступінь волотильності, завжди є більше можливостей для виграшу (проте і програшу теж – все залежить від інструментарію та професійності гравця), ніж на стабільних та передбачуваних ринках, особливо це стосується арбітражних можливостей.

Основні задачі дослідження:

- розробка моделі фінансового ринку та формули математичного вираження існування арбітражних можливостей на базі цієї моделі;

- дослідження процесу прийняття рішення арбітражером на фінансовому ринку;
- розробка моделі процесу прийняття рішення особи, що приймає рішення.

Методологія

Аналіз існуючих моделей арбітражу показав, що більшість із них спирається на результати дослідження, отримані Кенетом Ерроу та Дж.Дебре ще у 1970 році [2,4,5], або на статистичні розрахунки.

У даному дослідженні використовується поняття справедливої ціни [2], і будь-яке відхилення від цієї ціни дає необхідні, але недостатні умови для існування арбітражу. Найбільша увага приділяється крос-арбітражу між активами, які торгуються у часі за різними цінами (можливо, на різних ринках). Саме в цьому напрямку є великий потенціал для досліджень та розробки нових крос-комбінацій активів для отримання арбітражного доходу від операцій.

У процесі дослідження використовуються наступні припущення:

- використовується принцип ефективного ринку. Це означає, що будь-яка інформація, що стосується даного ринку, відображається на його показниках миттєво, в результаті дій гравців ринку;
- множина майбутніх станів ринку є скінчена. На практиці, в реальних умовах ринку, це є абстракцією, але враховуючи, що гравець використовує в своїй діяльності похідні фінансові інструменти, таке припущення приймає практичний характер;
- гравцем вибирається певна кількість активів, з якими він оперує на ринку (формує власний інвестиційний портфель).

Для формалізації задачі та дослідження умов арбітражу було застосовано векторний аналіз та аналіз опуклих оболонки, які формуються цінними векторами у просторі станів ринку [2,6]. На базі цього аналізу було розроблено модель фінансового ринку, яка була зведена до термінів теорії прийняття рішень.

Результати дослідження

Для приведення задачі пошуку арбітражних можливостей на фінансовому ринку до термінів задачі прийняття рішень автори використали наступні позначення:

$s = (s_1, s_2, \dots, s_N)$ – це вектор активів, що доступні на ринку;

$p = (p_1, p_2, \dots, p_N)$ – вектор цін, який визначає ціну кожного активу;

$D = D_{i,j}$ – матриця грошових потоків від активів, де $1 \leq i \leq N$, $1 \leq j \leq N$;

N – кількість активів на ринку;

M – кількість потенційних станів ринку;

$\Theta = (\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_N)$ – вектор, що зображує портфель гравця на ринку, для якого дійсні наступні умови:

- якщо $\theta < 0$, то інвестор вибирає коротку позицію на ринку;
- якщо $\theta > 0$, то інвестор вибирає довгу позицію за активом;
- якщо $\theta = 0$, то даний актив не задіяно в портфелі інвестора.

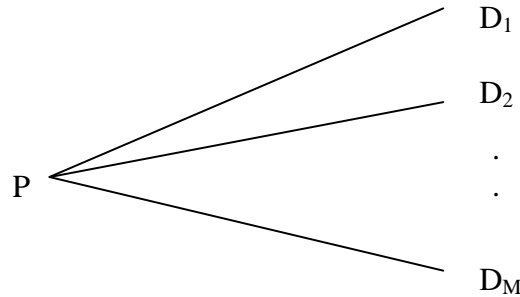


Рис. 1 Геометрична інтерпретація одноперіодичної моделі ринку

Таким чином, поняття ціни портфелю можна виразити формульно:

$$V = \theta \cdot p = \sum_{i=1}^N \theta_i \cdot p_i,$$

а грошові надходження у j -ому стану ринку дорівнюють:

$$\psi(\omega) = \theta \cdot D_{.j} = \sum_{i=1}^N \theta_i \cdot D_{i,j},$$

де ψ – функція грошових надходжень, яка залежить від випадкової величини ω , яка приймає значення на векторі $\overline{1, M}$.

На основі цих формул виведено умови існування арбітражного портфеля.

Арбітражний портфель – це будь-який портфель інвестора, що задовольняє наступним умовам:

$$\theta \cdot p = 0,$$

де $\theta \cdot D_{.j} \geq 0$, для всіх $1 \leq j \leq M$, та $\theta \cdot D_{.j} > 0$, для деяких $1 \leq j \leq M$,
або $\theta \cdot p < 0$, де $\theta \cdot D_{.j} \geq 0$, для будь-яких $1 \leq j \leq M$.

Тобто арбітражний портфель – це така позиція на ринку, що будь-який портфель має нульову початкову вартість та є беззбитковим, не зважаючи на кінцевий стан ринку. Такий портфель дає можливість отримувати прибуток без ризику у часі [3].

У ході дослідження було застосовано інтерпретацію теореми Мінковського–Фаркаша в термінах арбітражної стратегії, а саме:

якщо існує вектор, що складається з позитивних значень

$$\pi = (\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_M),$$

для якого виконується така рівність в матричному вигляді:

$$p = \pi \cdot D,$$

або у алгебраїчній формі :

$$p_i = \sum_1^M D_{ij} \cdot \pi_j,$$

для будь-яких $1 \leq i \leq M$,

то це означає, що на даному ринку не існує арбітражного портфеля [2].

Такий вектор домовимося називати вектором стану цін. Було введено поняття „ризик-нейтральної міри”.

Ризик-нейтральна міра розраховується на основі вектора стану цін і має формульне вираження:

$$\tilde{\pi}_j = \frac{\pi_j}{\left(\sum_1^M \pi_k \right)}, \text{ де } 1 \leq j \leq M.$$

Ці коефіцієнти є позитивно визначені та мають суму, яка дорівнює 1. На основі цих властивостей в математичних термінах вони можуть трактуватися як імовірнісна міра.

Імовірнісна міра – це інформація про майбутні стани ринку, тому вона може використовуватися гравцем для прийняття рішень про склад власного інвестиційного портфелю.

Стандартна схема прийняття рішень має наступний вигляд:

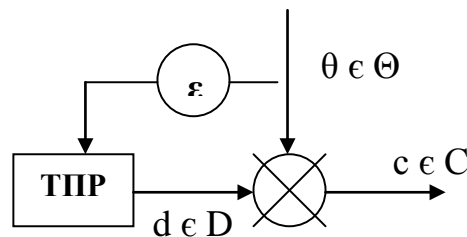


Рис. 2 Стандартна схема прийняття рішення

На рис. 2 зображено стандартну схему прийняття рішень. У ній беруть участь наступні позначення:

ТПР – той, хто приймає рішення; особа, що має можливість приймати рішення.

$d \in D$ – дія ТПР, його вибір у ситуації рішення з-поміж множини всіх можливих дій.

$c \in C$ – наслідок, який є результатом прийнятого рішення та впливу зовнішніх параметрів.

$\omega \in W$ – це зовнішній параметр, збурення, яке впливає на отриманий результат

ε – спостереження ТПР за збуреннями, додаткова інформація, яка може допомогти ТПР у прийнятті рішення.

Ситуація прийняття рішення для арбітражера буде означати необхідність прийняття рішення по відношенню до складу портфелю в умовах невизначеності стану ринку в майбутньому. Для прийняття рішення він має мати певну інформацію про ці стани ринку, щоб без ризиків отримати рівень доходу.

Ситуація прийняття рішення для арбітражера має наступний вигляд:

$$Z = (\omega, \theta, \psi, g(\cdot)),$$

де $g(\cdot)$ – це проектор, що проектує пару варіантів рішення по відношенню до складу інвестиційного портфелю та зовнішнього параметру стану ринку на множину доходів інвестора Ψ як множину наслідків. Тобто кожній парі (ω, θ) відповідає певне значення Ψ . Виражаючись економічними категоріями, при певному сформованому портфелі та при певному стані ринку інвестор зможе отримати певні грошові доходи від своїх дій.

Порядок дій того, хто приймає рішення, має наступний порядок:

- 1) Встановлення відношення переваг на множині наслідків (грошових потоків);
- 2) Знаходження критерію на множині наслідків, за яким ТПР упорядковує множину наслідків;
- 3) Будує відношення переваг на множині дій;
- 4) Визначає на множині дій оптимальне рішення, яке необхідне прийняти у ситуації рішення.

Модель прийняття рішення має наступний вигляд:

$$M = (Z, I),$$

де Z - це ситуація рішення, яку ми сформували вище;

I - це додаткова інформація про зовнішнє збурення.

У рамках моделі фінансового арбітражу додатковою інформацією про майбутні стани ринку можуть виступати ризик-нейтральні міри. Вони формують апріорну інформацію інвестора.

Надалі автори застосували поняття басівського ризику для визначення нижньої границі ризику. Дослідження впливу ризик-нейтральної міри на процес прийняття рішення ТПР, а також дослідження нижньої границі ризику як потенційного арбітражного рішення є цікавим

питанням і з точки зору застосування математичного апарату, і відносно практичного використання.

Висновки

Арбітраж на строкових ринках завжди існуватиме, так як на цих видах ринків функціонує велика кількість непрофесійних гравців, дії яких непередбачувані та іноді неадекватні, тому ціни активів постійно відхиляються від справедливої вартості. Інше питання, чи достатньо довго існує арбітраж, щоб встигнути його прорахувати та реалізувати? Для цього необхідна розробка алгоритмів, які дозволяють швидко реагувати на арбітражні можливості та приймати необхідні позиції на ринку.

Автори запропонували новий підхід до концепції фінансового арбітражу, а саме: розглянути її у площині теорії прийняття рішень. Такий підхід змінює уяву про портфельні ризики інвестора та відкриває нову ринкову стратегію роботи на фінансових ринках.

Література:

1. Морис Де Гроот, Оптимальные статистические решения [Текст]: Учебное пособие. – М.: Издательство Мир; Москва, 1974. – 496 с. – 6000 пр. – ISBN.
2. Чуйко А.С., Шершнеv В.Г. Математические основы финансового обслуживания [Текст]: Учебное пособие. – М.: Изд. Российской экономической академии; Екатеринбург: Деловая книга, 1998. – 128 с. – 10000 пр. – ISBN 5-73070-130-6.
3. Arrow K. Essays in the Theory of risk Bearing [Text]. Markham Publishing: American Elsevier. London, GB. 1971. – 278 p. – ISBN 8410-2001-9.
4. Ширяев А.Н. Основы стохастической финансовой математики. Факты, модели [Текст]. М.: Изд. ФАЗИС, 2004. – 1076 с. – 25000 пр. – ISBN 5-7036-0092-8.
5. Debreu G. Theory of Value: An Axiomatic Analysis of Economic Equilibrium. Yale University Press, New Haven, 1971. – 128 p. – ISBN 0-300-01559-3.
6. Rockafellar R.T. Convex analysis [Text]: Princeton University Press, Princeton, NJ, 1997. – 469 p. – ISBN 978-0-691-01586-6
7. Hull, J., Options, Futures and Other Derivative Securities [Text]: 6th edition, Upper Saddle River, N.J., Prentice Hall, 2006. – 816 p. – ISBN 013149908-4.
8. Мельников А.В. Финансовые рынки: стохастический анализ и расчет производных ценных бумаг [Текст]: Учебное пособие. – М.: ТВП, 1997. – 130 с. – 25000пр. – ISBN 5-85484-023-5.