

Дослідження короткострокового прогнозування – модель Брауна

Анотація

Стаття присвячена дослідженню моделі Брауна для короткострокового прогнозування, коли зовнішні умови швидко змінюються. Наведено приклад застосування моделі Брауна.

This article is devoted to Brown model research for a short-term forecasting with quickly changing external conditions. The example Brown model use is shown.

Ключові слова

Адаптивні моделі прогнозування, модель Брауна, короткострокове прогнозування.

Вступ

В період переходу до ринкової економіки при становленні нових видів організації виробничого процесу однією із головних проблем є підвищення ефективності управління на всіх рівнях, вміння прогнозувати доходи і витрати в усіх галузях економіки України.

В основі екстраполяційних методів прогнозування лежить припущення про те, що основні фактори й тенденції, що мали місце в минулому, зберігаються в майбутньому. Збереження цих тенденцій – неодмінна умова успішного прогнозування. При цьому необхідно, щоб враховувалися лише ті тенденції, які ще не застаріли й дотепер впливають на досліджуваний процес [1-5]. Екстраполяційними методами прогнозування займалися такі вчені, як В.В. Вітлінський, П.І.Верченко, О.І. Ястремський.

При короткостроковому прогнозуванні, а також при прогнозуванні в ситуації зміни зовнішніх умов, коли найбільш важливими є останні реалізації досліджуваного процесу найбільш ефективними виявляються адаптивні методи, що враховують нерівноцінність рівнів тимчасового ряду.

Адаптивні моделі прогнозування - це моделі дисконтованих даних, здатних швидко пристосовувати свою структуру й параметри до зміни умов. Інструментом прогнозу в адаптивних моделях, як і в кривих росту, є математична модель із єдиним фактором «час».

Усі адаптивні моделі базуються на двох схемах: ковзкового середнього (КС-моделі) і авторегресії (АР-моделі).

Згідно зі схемою ковзкового середнього, оцінкою поточного рівня є зважене середнє всіх попередніх рівнів, причому пріоритети при спостереженнях убувають по мірі віддалення від останнього рівня, тобто інформаційна цінність спостережень вважається тим більше, чим ближче вони до кінця інтервалу спостережень.

Реакція на помилку прогнозу і дисконтування рівнів тимчасового ряду і моделей, що базуються на схемі *КС*, визначається за допомогою параметрів згладжування (адаптації), значення яких можуть змінюватися від нуля до одиниці.

В авторегресійній схемі оцінкою поточного рівня служить зважена сума не всіх, а декількох попередніх рівнів, при цьому вагові коефіцієнти при спостереженнях не ранжирувані. Інформаційна цінність спостережень визначається не їх близькістю до моделюючого рівня, а тісністю зв'язку між ними.

Загальна схема побудови адаптивних моделей може бути представлена в такий спосіб. По декільком першим рівням ряду оцінюються значення параметрів моделі. По наявній моделі будується прогноз на один крок вперед, причому його відхилення від фактичних рівнів ряду розцінюється як помилка прогнозування, яка враховується відповідно до прийнятої схеми коректування моделі. Далі по моделі зі скоректованими параметрами розраховується прогнозна оцінка на наступний момент часу і т.д. Таким чином, модель постійно «убирає» нову інформацію й до кінця періоду навчання відображає тенденцію розвитку процесу, що існує в цей момент.

В практиці статистичного прогнозування найбільше часто використовуються дві базові *КС* моделі – Брауна і Хольта, перша з них є частковим випадку другої. Ці моделі представляють процес розвитку як лінійну тенденцію з постійно мінливими параметрами.

Постановка задачі

У 1993 р. Миронівський цукрозавод, один з перших трудових колективів в Україні шляхом оренди був викуплений і реорганізований у відкрите акціонерне товариство «Кристал-М» без державної частки акцій.

Побудуємо прогноз по моделі Брауна випуску цукру Миронівським цукрозаводом на 2009 р. Відомо, що завод в попередні роки випускав наступну кількість цукру.

1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008
60903	45472	42065	36242	33480	25305	24456	23008	24000	23140

Вихідний часовий ряд містить 10 рівнів спостереження показника $Y(t)$.

Методологія

Модель Брауна може відображати розвиток не тільки у вигляді лінійної тенденції, але також у вигляді випадкового процесу, що не має тенденції, а та-

кож у вигляді мінливої параболічної тенденції. Відповідно розрізняють моделі Брауна:

- *нульового порядку*, яка описує процеси, які не мають тенденцій розвитку. Вона має один параметр A_0 (оцінка поточного рівня). Прогноз розвитку на k кроків уперед здійснюється згідно з формулою $Y(t+k) = A_0$;

- *першого порядку* ($Y(t+k) = A_0 + A_1k$). Коефіцієнт A_0 - значення, близьке до останнього рівня, і представляє як би закономірну складову цього рівня. Коефіцієнт A_1 визначає приріст, що сформувався в основному до кінця періоду спостережень, та відображає швидкість росту на більш ранніх етапах;

- *другого порядку*, що відображає розвиток у вигляді парабольних тенденції з мінливими «швидкістю» і «прискоренням». Вона має три параметри (A_2 – оцінка поточного приросту або «прискорення»). Прогноз реалізується по формулі:

$$Y(t+k) = A_0 + A_1k + A_2k^2. \quad (1)$$

Розглянемо етапи побудови лінійної адаптивної моделі Брауна.

Етап 1. По першим п'ятьом точкам тимчасового ряду оцінюються початкові значення A_0 та A_1 , параметрів моделі за допомогою методу найменших квадратів для лінійної апроксимації:

$$Y_p(t) = A_0 + A_1t \quad (2)$$

Етап 2. З використанням параметрів A_0 і A_1 по моделі Брауна знаходимо прогноз на один крок ($k = 1$):

$$Y_p(t, k) = A_0(t) + A_1(t)k \quad (3)$$

Етап 3. Розрахункове значення $Y_p(t, k)$ економічного показника порівнюють із фактичним $Y(t)$ і обраховується величина їх розбіжності (помилки). При $k = 1$ маємо:

$$e(t+1) = Y(t+1) - Y_p(t, 1) \quad (4)$$

Етап 4. Відповідно до цієї величини коректуються параметри моделі. У моделі Брауна модифікація здійснюється в такий спосіб:

$$A_0(t) = A_0(t-1) + A_1(t-1) + (1-\beta)^2 e(t); \quad (5)$$

$$A_1(t) = A_1(t-1) + (1-\beta) e(t),$$

де β – коефіцієнт дисконтування даних, що змінюється в межах від 0 до 1, який характеризує знецінення даних за одиницю часу, а також відображає ступінь довіри більш пізнім спостереженням. Оптимальне значення β знаходиться ітеративним шляхом, тобто багаторазовою побудовою моделі при різних β і вибором найкращої, або по формулі:

$$\beta = N - 3 / N - 1,$$

де N - довжина тимчасового ряду. $e(t)$ – помилка прогнозування рівня $Y(t)$, обчислена в момент часу $(t-1)$ на один крок уперед.

Етап 5. По моделі із скоректованими параметрами A_0 і A_1 знаходять прогноз на наступний момент часу. Повертаємося в пункт 3, якщо $t < N$.

Якщо $t = N$, то побудовану модель можна використовувати для прогнозування на майбутнє.

Етап 6. Інтервальний прогноз будується як для лінійної моделі кривої росту.

Результати дослідження

Скористаємося схемою адаптивного прогнозування. Початкові оцінки параметрів одержимо по першим п'ятьом точкам за допомогою МНК по формулах:

$$A_1 = \frac{\sum [(t - t_{cp})Y(t) - Y_{cp}]}{\sum (t - t_{cp})^2} \quad (6)$$

де t_{cp} – середнє значення фактору «час»; Y_{cp} – середнє значення досліджуваного показника

Таблиця 1.

Оцінка початкових значень параметрів моделі

t	$Y(t)$	$(t - t_{cp})(t - t_{cp})$	$Y(t) - Y_{cp}$	$t - t_{cp}$	$(t - t_{cp})(Y(t) - Y_{cp})$
1	60903	4	1727,6	-2	-3454,12
2	45472	1	1839,6	-1	-1839,6
3	42065	0	-1567,4	0	0
4	36242	1	-7390,4	1	-7390,4
5	33480	4	-1015,4	2	-2030,48

Нехай $k = 1$, а параметр згладжування рівним 0,4. У таблиці 2 наведені розрахунки параметрів моделі Брауна на кожному кроці. На останньому кроці отримана модель $Y_p(N+k) = 13735,69 - 2912,79k$. Прогнозні оцінки по цій моделі виходять підстановкою в неї значень $k = 1$ і $k = 2$, а інтервальні по формулі:

$$U(k) = S_y t_\alpha \sqrt{1 + 1/N + \{(N+k - t_{cp})^2 / \sum (t - t_{cp})\}},$$

S_y – середнє квадратичне відхилення (СКВ) апроксимації, t_α – табличне значення критерію Стюдента із заданим рівнем значимості α .

На рис.1 представлені результати апроксимації та прогнозування з використанням моделі Брауна, при цьому визначені прогнози на два кроки вперед, які становлять 16648,47; 19561,26.

Оцінка параметрів моделі Брауна

t	$Y(t)$	A_0	A_1	$Y_s(t)$	$e(t)$
0		62855,2	6407,6		
1	60903	60190,14	-5694,74	56447,6	4455,4
2	45472	46915,74	-7138,48	54495,4	-9023,4
3	42065	41698,96	-6772,44	39777,26	2287,736
4	36242	36031,52	-6561,97	34926,52	1315,48
5	33480	32838,33	-5920,29	29469,56	4010,442
6	25305	25563,09	-6178,38	26918,03	-1613,03
7	24456	23644,59	-5366,97	19384,71	5071,295
8	23008	22251,14	-4610,11	18277,62	4730,38
9	24000	22982,56	-3592,68	17641,03	6358,973
10	23140	22539,98	-2992,66	19389,89	3750,112

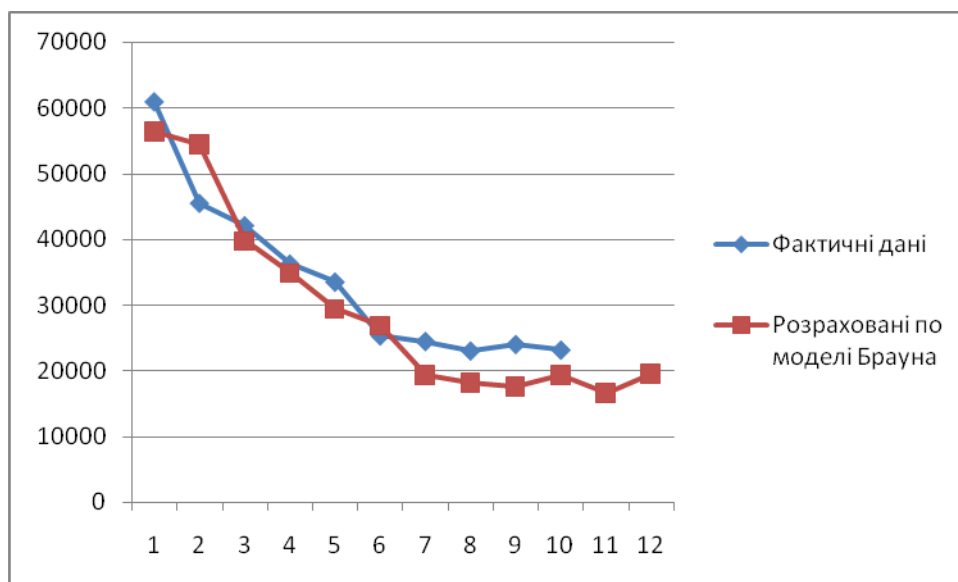


Рис. 1. Результати апроксимації й прогнозування по адаптивній моделі Брауна (параметр згладжування рівний 0,4).

У моделях Брауна й Хольта параметри згладжування характеризують ступінь адаптації моделі до зміни ряду спостережень. Вони визначають швидкість реакції моделі на зміни, що відбуваються в розвитку. Чим вони більше, тем швидше реагує модель на зміни. Звичайно для стійких рядів їх величина більша, а для нестійких – маленька. У різних методах прогнозування використовується різний підхід до їхнього визначення. Їх можна брати фіксованими, а найкраще значення визначити ме-

тодом підбору, щоб помилка прогнозу на один крок уперед була найменшою.

Альтернативу цьому підходу становить динамічна зміна параметрів згладжування. У методах еволюції і симплекс-планування параметри адаптації постійно міняються на кожному кроці. Для кожного параметра згладжування формується кілька значень.

Висновок

Наукова новизна даної роботи полягає в дослідженні практичного використання моделі Брауна, для короткострокового прогнозування, коли зовнішні умови постійно та швидко змінюються. Побудовано прогноз по моделі Брауна випуску цукру Миронівським цукрозаводом на 2009 рік.

Література

1. Кокс Д. Ф., Браун Р. В. Информация и риск в маркетинге. [Текст] - М.: Финстатистформ, 1993. ISBN 5-03-003320-3
2. Голубков Е. П. Маркетинговые исследования: теория, методология и практика. [Текст] - М.: Финпресс, 1998. ISBN 5-08001-0003-9.
3. Єрмоленко М. М. Міжнародний обмін НТІ: Економіка і право // Інформація і ринок. - 1997.-№1.-С. 23-42.
4. Инновационный менеджмент.[Текст] : Учеб. для студ. вузов, обучающ. по спец. "Менедмент" / С.Д. Ильенкова, Л.М. Гохберг, С.Я. Ягудин и др. ; Под ред. С.Д. Ильенковой М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2002. ISBN 5-85173-075-7.
5. Бахвалов, Н. С. Численные методы [Текст] : учеб. пособие для физ.-мат. специальностей вузов / Н. С. Бахвалов, Н. П. Жидков, Г. М. Кобельков ; под общ. ред. Н. И. Тихонова. – 2-е изд. – М. : Физматлит : Лаб. базовых знаний ; СПб. : Нев. диалект, 2002. – 630 с. : ил. ; 25 см. – (Технический университет. Математика). – Библиогр.: с. 622–626. – Предм. указ.: с. 627–630. – 30000 экз. – ISBN 5-93208-043-4 (в пер.).