

## **Моделювання процесу прийняття рішення про інвестування коштів у створення нового виробничого підприємства в умовах зовнішнього параметричного впливу**

### **Анотація.**

У цій роботі розглядається модель прийняття рішення про інвестування (або відмову від інвестування) коштів у створення нового виробничого підприємства, знаходження оптимальної процедури послідовного рішення, знаходження баєсівського рішення та відповідного ризику. Показаний вплив зовнішніх параметрів на рішення та модель в цілому.

### **Summary.**

In this work considered mathematical model of decision-making about investing (or not) money in a new industrial enterprise establishing, we find an optimum procedure of sequential decision, Baesian decision and relevant risk. Was shown an influence of external parameters on decision and on the model in all.

### **Ключові слова.**

Інвестиції, індукція назад, принцип оптимальності, ризик, вирішуюча функція, процедура послідовного рішення, стохастичне динамічне програмування, зведений дохід.

### **Вступ.**

Результат від інвестування коштів у створення нового виробничого підприємства багато в чому залежить від моменту часу, коли було здійснено це інвестування. Людина, що має гроші перед вкладанням їх у виробництво вивчає ринок, матеріальну частину виробництва, ціни на продукцію та сировину, тощо. Іншими словами вона спостерігає за ринком і отримує певну інформацію, проте втрачає час і не інвестує власні кошти у виробництво.

Такі спостереження покликані зменшити ступінь невизначеності та допомогти інвестору мінімізувати свої можливі втрати при прийнятті того чи іншого рішення. Досить часто рішення такого роду базуються виключно на досвіді та інтуїції (експертні оцінки). У даній роботі побудовано математичну модель, яка описує процес прийняття рішення інвестором, виходячи з наявної інформації про розподіл імовірності параметричних впливів на систему, кількості спостережень та ризиків пов'язаних з прийняттям рішення. Така модель покликана допомогти прийняти рішення за відсутності якісної експертної оцінки проекту.

### **Постановка задачі.**

Прийняття рішення про створення (чи відмову від створення) нового підприємства вимагає від інвестора чіткого розуміння результатів його вибору. Ніхто не заперечує важливість наявності підприємницької інтуїції та досвіду, проте не слід списувати з рахунків математичний апарат, який дозволяє обґрунтувати з наукової точки зору прийняття/не прийняття того чи іншого рішення.

Задача роботи полягає у побудові моделі прийняття послідовних рішень та знаходження розв'язку цієї моделі для скінченної кількості кроків. Для цього було проведено модифікацію вже існуючої моделі Аркіна [Аркин В., 2002].

### **Методологія.**

За методологічну базу дослідження було взято математичний апарат дослідження оптимальної процедури послідовного рішення вивченого та описаного вітчизняними та зарубіжними фахівцями.

Відправною точкою в даній роботі є модель визначення оптимального рівня та моменту інвестування Аркіна, яка ґрунтується на моделі поведінки інвестора в умовах невизначеності [McDonald R, 1986]. У цій моделі авторами була детально вивчена та описана поведінка інвестора, приведений прибуток якого після зроблених вкладень у деякий проект описується випадковим процесом, а інвестиції вважаються незворотними. Враховуючи досвід попередніх дослідників, приведений прибуток інвестора тут описувався за допомогою геометричного процесу броунівського руху. Основним предметом дослідження авторів був вибір оптимального (згідно критерію NPV) моменту інвестування, який трактується як оптимальний момент зупинки процесу спостереження за приведеним прибутком та початком інвестування коштів у проект.

В останній час з'явилося чимало робіт, які вивчають та досліджують вплив окремих аспектів податкової системи на поведінку інвестора. Так, у [MacKie-Mason J.K., 1990] досліджувалася взаємодія невизначеності та нелінійних податкових обмежень для проектів в гірничодобувній промисловості. У [Forsfalt T., 1999] на основі «опціонного» підходу до створення нових малих підприємств (фірм) був проведений порівняльний аналіз різноманітних податкових систем, у тій чи іншій мірі діючих у скандинавських країнах. Предметом дослідження були проблеми, пов'язані з невизначеністю податкової політики [Agliardi E., 2001], нейтральністю та несиметричністю податкових систем [Галасюк В., 2005]. Податкова система в цих роботах представлялася у вигляді як один-два «узагальнених» податки.

Предметом дослідження нашої роботи виступало переведення вихідної моделі у теорію прийняття рішень, побудова нової моделі послідовного вибору та знаходження оптимальної (за Баесом) вирішуючої функції, ризику, який їй відповідає та оптимальної процедури рішення.

Дослідження статистичних задач з послідовним вибором було почате ще Вальдом. В подальшому він додав випадок послідовного вибору до своєї

загальної теорії статистичних рішень. Досить детальний аналіз задач такого класу даний Блекуелом та Гришиком. Широкий клас задач рішення, що називаються задачами динамічного програмування був вказаний та вивчений Белманом [Беллман Р., 1960]. В роботі ж використовується дещо видозмінена задача динамічного програмування, а саме стохастичного динамічного програмування, яка включає вплив зовнішніх невідомих параметрів. Деякі спеціальні питання, які пов'язані з цією тематикою, розглянуті у монографії Уезеріла. Також велике значення мали дослідження голландського статистика Моріса Де Гроота, який у своїй праці досить детально вивчив та описав широкий клас задач пов'язаний з послідовними рішеннями і аналогічно до принципу оптимальності (Белмана) розробив метод індукції назад [De Groot M., 2004].

### **Результати дослідження.**

Нехай у ролі людини, яка має гроші та приймає рішення виступає наш інвестор. Він хоче інвестувати кошти у створення нового виробничого підприємства. Технологічна частина йому відома і представляється послідовністю витрат на виробництво та випуск продукції у грошовому вимірі. Ціни на витратні матеріали та готову продукцію не є фіксованими, а залежать від попиту та пропозиції, тому постійно піддаються випадковим коливанням і можуть бути представлені як випадкові процеси. Ще одним важливим припущенням буде те, що підприємство починає працювати без інерційно, тобто відразу після вкладання коштів починає приносити дохід.

Через те, що інвестор знає весь технологічний опис проекту та конкретну реалізацію цін на готову продукцію та матеріали в кожний момент часу, він може обчислити свій «віртуальний» дохід в цей момент. Тобто скільки б він отримав у грошовому вираженні, якби інвестував свої кошти у проект раніше (у попередні моменти часу) ще до реального вкладання грошей.

На будь-якому підприємстві у процесі його діяльності виникають грошові потоки пов'язані з постійними та змінними витратами і надходженнями коштів на підприємство. Позначимо за  $t_0$  момент інвестування, враховуючи припущення, що фірма відразу починає свою діяльність. За  $M_t^{t_0}$  (material, з англ.) приймемо всі матеріальні витрати, які несе підприємство в процесі виробництва продукції в момент  $t$ ,  $t > t_0$  (без врахування ПДВ),  $S_t^{t_0}$  (salary – заробітна плата, з англ.) – витрати на оплату праці,  $A_t^{t_0}$  (amortization – амортизація, з англ.) – амортизаційні відрахування та  $O_t^{t_0}$  (other – інший, з англ.) – інші витрати. Тоді загальні витрати підприємства на виробництво продукції  $C_t^{t_0}$  в момент часу  $t$  дорівнюють

$$C_t^{t_0} = M_t^{t_0} + S_t^{t_0} + A_t^{t_0} + O_t^{t_0}$$

Нехай дохід, отриманий підприємством від реалізації готової продукції в момент часу  $t$  задається величиною  $X_t^{t_0}$  (без врахування ПДВ). Тоді прибуток підприємства буде складати різницю між доходами та витратами та дорівнюватиме  $X_t^{t_0} - C_t^{t_0} = \pi_t^{t_0} - S_t^{t_0} - A_t^{t_0} - O_t^{t_0}$ , де  $\pi_t^{t_0} = X_t^{t_0} - M_t^{t_0}$  визначимо, як величину доданої вартості (без врахування ПДВ). Це досить грубе припущення, проте воно необхідне нам для можливості отримання формул у явному (аналітичному) вигляді та спрощення розрахунків.

Отже, спостерігаючи за змінами цін на матеріали для виробництва та цінами на готову продукцію, інвестор таким чином спостерігає за зміною «віртуальної» доданої вартості в часі  $\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_n$ . Причому після кожного проведеного спостереження він може або зупинитися і прийняти рішення  $d \in D$  або провести наступне спостереження  $\pi_{n+1}$ .  $D$  – множина всіх можливих дій. У нашому випадку  $D = \{d_1, d_2\}$ , де рішення  $d_1$  означає відмову інвестора від інвестування коштів у проект, а  $d_2$  – інвестування коштів. Важливим є ще й той факт, що інвестор може прийняти рішення не проводячи жодного спостереження, проте у більшості випадків ступінь невизначеності та ризик від прийняття такого рішення буде значно вищий, ніж після проведення спостереження. Така процедура називається процедурою послідовно рішення.

Кожне спостереження має свою вартість, прийmemo її за величину знецінення грошей у часі  $\frac{I}{(1-r)^n}$ , де  $I$  – наявна сума коштів для інвестування,  $r$  – норма дисконтування за період,  $n$  – кількість періодів. З економічної точки зору це міркування можна пояснити наступним чином. Інвестор, вирішуючи задачу вкладення коштів у створення нового підприємства, тримає їх у стані високої ліквідності, наприклад на поточному рахунку у банку і тим самим він позбавляє себе можливості отримувати на цю суму дохід. І чим довше він спостерігає і не приймає рішення, тим більша сума недоотриманого доходу.

Загальний ризик  $\rho(\xi, \delta)$  процедури послідовного рішення  $\delta$ , яка потребує проведення хоча б одного спостереження задається наступним чином:

$$\begin{aligned} \rho(\xi, \delta) &= E\{L[W, \delta_N(\Pi_1, \dots, \Pi_N)] + c_1 + \dots + c_N\} = \\ &= \sum_{n=1}^{\infty} \int_{\{N=n\} \Omega} \int L[w, \delta_n(\pi_1, \dots, \pi_n)] \xi(w | \pi_1, \dots, \pi_n) dv(w) dF_n(\pi_1, \dots, \pi_n | \xi) + \\ &\quad + \sum_{n=1}^{\infty} (c_1 + \dots + c_n) \Pr\{N = n\}. \end{aligned}$$

Тут  $\xi(\cdot | \pi_1, \dots, \pi_n)$  – апостеріорна імовірність  $W$  ( $W$  – множина параметрів, що впливають на наслідки) після спостережень  $\Pi_1 = \pi_1, \dots, \Pi_n = \pi_n$ .

$\delta_N(\Pi_1, \dots, \Pi_n)$  – вирішуюча функція, що однозначно відображає множину спостережень на множину дій (рішень).  $\Pr\{N = n\}$  – імовірність того, що

кількість спостережень після яких буде прийнято рішення з  $D$  дорівнює  $n$ .  $L(w, d)$  - функція втрат, що відображає множину дій (рішень) та множину параметрів на множину наслідків.

Для будь-якої імовірності  $\varphi$  параметру  $W$  визначимо  $\rho_o(\varphi)$  формулою

$$\rho_o(\varphi) = \inf_{d \in D} \int_{\Omega} L(w, d) \varphi(w) dv(w).$$

Іншими словами  $\rho_o(\varphi)$  являє собою мінімальний ризик від прийняття рішення без подальших спостережень, якщо імовірність параметру  $W \in \varphi$ . Будь-яке рішення, яке доставляє розв'язок  $\rho_o(\varphi)$  є баєсівським.

Для зменшення розрахунків та вирішення задачі знаходження оптимального моменту прийняття рішення у роботі використовується принцип індукції назад [De Groot M., 2004].

При використанні методу індукції назад розгляд починається з останнього кроку і потім поступово доводиться до початку спостережень. Для того, щоб обрати між прийняттям рішення з  $D$  без проведення спостережень та спостереженням  $\Pi_1$  інвестор повинен знати, як він використає значення  $\Pi_1$  у випадку його спостереження. Отже, слід визначитися чи робити вибір після спостереження  $\Pi_1$  чи спостерігати  $\Pi_2$ . Відповідь на це питання залежить від інформації, яку надає спостереження  $\Pi_2$ , що в свою чергу приводить до нового питання: у випадку спостереження  $\Pi_2$  припинити вибір чи продовжувати, спостерігаючи  $\Pi_3$ ? Повторюючи ці роздуми, інвестор приходить до наступного питання: якщо спостережені значення  $\Pi_1, \dots, \Pi_{n-1}$ , то чи варто закінчити процес вибору або ж слід зробити фінальне спостереження  $\Pi_n$ ?

Як правило, відповісти на це останнє питання не важко. У випадку, коли спостерігається значення  $\Pi_n$ , верхня границя, накладена на число спостережень (більше  $n$  спостережень інвестор не може собі дозволити), зобов'язує інвестора припинити вибір та прийняти рішення з  $D$ . Отже, якщо вибір не був закінчений раніше, то на останньому кроці інвестор вирішує, обрати значення з  $D$  на основі значень  $\Pi_1, \dots, \Pi_{n-1}$  або ж зробити ще рівно одне спостереження і потім прийняти рішення з  $D$ . Оптимальне рішення зазвичай залежить від спостережених  $\Pi_1, \dots, \Pi_{n-1}$ .

Після того, як для кожного набору значень  $\Pi_1, \dots, \Pi_{n-1}$  інвестор визначив, чи варто проводити останнє спостереження  $\Pi_n$ , він може почати діяти методом індукції назад. При відомих значеннях спостережень  $\Pi_1, \dots, \Pi_{n-2}$  (тобто до передостаннього) він може вирішити, чи має зміст проведення наступного спостереження  $\Pi_{n-1}$ . Оскільки для кожного можливого значення  $\Pi_{n-1}$  інвестор знає оптимальну процедуру, то він може порівняти ризик (імовірні втрати) від прийняття рішення без подальших спостережень з ризиком (імовірними втратами), що відповідає проведенню спостереження  $\Pi_{n-1}$ . Рухаючись таким чином назад до першого кроку, інвестор для кожного

можливого значення  $\Pi_1$  визначає оптимальну лінію продовження спостережень на наступних кроках. Тому він може вирахувати ризик від спостереження  $\Pi_1$  з наступним використанням оптимальної процедури та порівняти його з ризиком від прийняття негайного рішення з  $D$  без проведення спостережень. З такого порівняння на першому та наступних кроках визначається оптимальна процедура послідовного рішення.

Побудову оптимальної процедури методом індукції назад ілюструє принцип оптимальності [Беллман Р., 1960], який можна сформулювати наступним чином. Оптимальна процедура послідовного рішення повинна задовольняти тій умові, що якщо на деякому її кроці були спостережені значення  $\Pi_1 = \pi_1, \dots, \Pi_j = \pi_j$  ( $j < n$ ), то продовження цієї процедури співпадає з оптимальною процедурою послідовного рішення в задачі, де апріорний розподіл імовірності для  $W \in \xi(\pi_1, \dots, \pi_j)$  і максимальне число спостережень, які можна здійснити рівне  $n - j$ .

Проте на спостережні значення  $\Pi_1 = \pi_1, \dots, \Pi_n = \pi_n$  також впливає певні параметри, які створюють перешкоди і інвестор спостерігає інші значення  $\Pi_1 = \pi_1^*, \dots, \Pi_n = \pi_n^*$ , де  $\pi_n^* = (\pi_n, \zeta_n)$  - видозмінене значення справжнього параметру  $\pi_n$ , яке відрізняється від нього на певну похибку, що залежить від невідомого параметру  $\zeta_n$ . Тому, враховуюче це зауваження, задача зводиться до пошуку множини вирішуючих функцій, які задовольняють наступній умові (після проведення  $n$  спостережень):

$$E\left[\int_{k=1}^n L(\pi_k, d_k)\right] = E\left[\int_{k=1}^n L(\pi_k, \delta_k(\bar{\pi}_1^{k-1}, \bar{d}_1^{k-1}))\right] \rightarrow \min_{(\delta_1, \dots, \delta_n) \in D},$$

де  $\bar{\pi}_1^{k-1}$  - спостережені значення до моменту  $n$ .

Рекурентна формула для розрахунку ризику

$$\rho_{n-1}^*(\bar{\pi}_1^{n-2}, \bar{d}_1^{n-2}) = \min_{\delta_{n-1}} \left[ E\left( \frac{L(\pi_{n-1}, d_{n-1}) + \rho_n^*(\bar{\pi}_1^{n-1}, \bar{d}_1^{n-1})}{(\bar{\pi}_1^{n-2}, \bar{d}_1^{n-2})} \right) \right].$$

Після того, як визначений момент часу і прийняте рішення про інвестування коштів у створення нового підприємства інвестор має змогу обчислити прогнозований прибуток.

Прибуток підприємства генерований інвестиціями здійсненими у момент  $t_0$ :

$$Pr_{t_0} = E\left( \int_{t_0}^{\infty} \zeta_t^{t_0} \{ \text{чистий грошовий потік} \} e^{-r(t-t_0)} dt \mid F_{t_0} \right),$$

де  $r$  - норма дисконту;  $E(\cdot \mid F_{t_0})$  - умовне математичне сподівання при відомій інформації  $F_{t_0}$  до моменту  $t_0$ ;  $\zeta_t^{t_0}$  - процес пов'язаний з втратою частини чистого прибутку.

Проте для знаходження прибутку  $Pr_{t_0}$  генерованого інвестиціями  $I_{t_0}$ , необхідно знати чисельні значення стохастичного інтегрального рівняння

$$\pi_t^{t_0} = \pi_{t_0} + \int_{t_0}^t \pi_s^{t_0} \cdot (\alpha_2 ds + \sigma_2 dw_s^2), \quad t \geq t_0$$

яке описує динаміку зміни доданої вартості в часі. На основі існуючої статистики ринкових цін були побудовані поліноми та апроксимовані наступні (прогнозовані) значення цієї функції. Тут  $\alpha_2$  та  $\sigma_2$  - дійсні числа, ( $\sigma_2 \geq 0$ ). А  $w_s^2$  - випадковий процес яким описується динаміка зміни ринкових цін на виготовлену продукцію.

Ще однією проблемою, яка постає під час розв'язку задачі такого типу є «прокляття розмірності». Так, користуючись принципом оптимальності, у пам'яті комп'ютера необхідно зберігати всі можливі значення вирішуючої функції  $\delta_n$  та ризику  $\rho_n^*$  на кожному кроці. Кількість цих значень зі збільшенням  $n$  зростає дуже стрімко. В роботі був використаний наступний прийом, що дозволяє зменшити негативний вплив «прокляття розмірності». Ідея збереження пам'яті при побудові  $\delta_i : (\Pi_i^* \times D)^i \times D$  полягає у побудові такого бієктивного відображення:

$$\delta_i \leftrightarrow S,$$

де  $S$  – це простір символічних рядків, які відповідають послідовності рішень для різних наборів  $((\Pi_i^* \times D)^i \times D)$ . Тобто замість цілої таблиці значень зберігається одне повідомлення. Таким чином забезпечується збереження машинного ресурсу та можливість проводити обчислення більшої кількості кроків.

Під час виконання практичної частини роботи було знайдено оптимальну процедуру, обрано рішення інвестувати кошти та знайдений оптимальний момент інвестування. У якості спостережень були використані дані статистики ринкових цін за період з жовтня 2004 по березень 2005 року (для можливості розрахунку величини «віртуальної доданої вартості»). За технологічну частину проекту було використано інформацію вже існуючого виробничого підприємства.

### **Висновки.**

В результаті виконання роботи було проведено перетворення існуючої моделі Аркіна у модель послідовного прийняття рішення, побудовано оптимальну процедуру вибору та знайдені аналітичні значення баєсівського ризику та баєсівська вирішуюча функція для обмеженої кількості кроків. У моделі було враховано параметричний вплив зовнішнього середовища як на наслідки наших рішень, так і на значення спостережуваних параметрів. Було запропоновано математичні прийоми для обчислення значення стохастичного інтегрального рівняння та розв'язку багатокрокової задачі прийняття рішення.

## Література.

1. Правила (стандарт) бухгалтерського обліку 16 «Витрати». Затверджено наказом Міністерства фінансів України від 31 грудня 1999 року №318 [Текст] / Бюлетень законодавства і юридичної політики України. – 2004. - №4. – 416 с. Тираж 8500 прим. Зам.№4-81.
2. Аркин, В. И. Стимулирование инвестиционных проектов с помощью механизма амортизации [Текст] / В. И. Аркин, А. Д. Слестников, С. В. Аркина // Экономика и математические методы. – 2002. - №4. – С. 68-79. – ISSN 0424-7388.
3. Беллман Ричард, Динамическое программирование / Беллман Ричард; [пер. с англ. И. Андреева]. – М. Издательство иностранной литературы, 1960. – 400 с.
4. Галасюк, В. Метод NPV: фундаментальные недостатки [Текст] / В. Галасюк // Финансовый директор. – 2005. - №1. – С. 11-14. – ISSN 1680-1148.
5. Agliardi, E. Taxation and Investment Decisions: A Real Option Approach [Текст] / E. Agliardi // Australian Econ. Papers. – 2001. – Vol. 40. – ISSN 0004-900X.
6. Forsfalt, T. Taxation Of Small Firms under Uncertainly – A Real Option View of Firm Creation [Текст] / T. Forsfalt // Res. Papers in Econ. – 1999. – ISSN 0049-1290.
7. McDonald, R. The Value of Waiting to Invest [Текст] / R. McDonald, D. Siegel // Quarterly J. of Econ. – 1986. – Vol. 101. – №4. – ISSN 0033-5533.
8. MacKie-Mason, J. K. Some Nonlinear Tax Effects on Asset Values and Investment Decisions under Uncertainly [Текст] / J. K. MacKie-Mason // J. of Public. Econ. – 1990. – Vol. 42. – ISSN 0047-2727.
9. Morris De Groot. Optimal Statistical Decisions / Morris De Groot // Wiley Classics Library. – 2004. – ISBN 0-471-68029-X.



## ДАНІ ПРО АВТОРІВ

Прізвище, ім'я, по батькові Зеленько Андрій Миколайович  
Науковий ступінь -  
Вчене звання -  
Посада магістрант.  
Місце роботи ФММ НТУУ «КПІ».  
Назва статті Моделювання процесу прийняття рішення про інвестування коштів у створення нового виробничого підприємства в умовах зовнішнього параметричного впливу  
Адреса для листування 03179 м.Київ, вул. Ушакова 16, кв. 278  
Контактні телефони +380675001546  
Адреса електронної пошти svan19@nbi.com.ua