

© Гальчинський Л.Ю.
доцент кафедри ММЕС
Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут»

© Козлов Д.С.
студент факультету менеджменту та маркетингу
спеціальність: економічна кібернетика
Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут»

МОДЕЛЮВАННЯ ЕФЕКТИВНОГО ПОРТФЕЛЯ ІНВЕСТОРА В УМОВАХ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ

Анотація

В даній статті пропонується методика моделювання ефективного вибору терміну інвестування у пайові фонди для окремого інвестора. Об'єктом дослідження є статистичні данні вартості фондів. Була розроблена модель для вирахування оптимального терміну інвестування в умовах невизначеності. Методика передбачає вирішення даної задачі за допомогою повного перебору та мінімізації строку інвестування при заданій дохідності мінімального періоду інвестування.

Ключові слова: вартість фондів, інвестиція, мінімізація, прибуток, ризик, ковзаюче вікно, період.

Вступ

Безумовно, кожен інвестор прагне до найбільшої прибутковості своїх інвестицій при найменшому ризику. На етапі планування інвестиції кожен інвестор має власний, так званий, «касовий план», тобто яку суму, на який термін він збирається інвестувати. Звичайно, термін інвестиції залежить від можливого отримання доходу. Справді, якщо інвестиція дає хороший дохід, більший ніж очікуваний, то навіщо вилучати гроші (якщо, звичайно немає інших вагомих причин для вилучення)? Але якщо інвестиція не дає великого доходу? Ми хочемо показати, що поспішати вилучати інвестицію не слід. Збільшення терміну інвестиції у пайові

фонди збільшує прибутковість, при цьому ризики або знижуються, або збільшуються, але помітно повільніше за збільшення доходу.

При плануванні інвестиції у пайові фонди інвестор вибирає фонд, - кошик цінних паперів, об'єднаних за тією або іншою ознакою, як правило, за приналежністю фінансових інструментів (що входять у даний кошик) до того або іншого типу цінних паперів (акції, облігації, і так далі), або за приналежністю до сектора економіки. Фінансові менеджери компаній, які продають пайові фонди, детально пояснюють потенційному інвесторові особливості кожного фонду в розрізі «прибутковість-ризик». Проте, прибутковість при інвестуванні на ті чи інші терміни підкріплена конкретними цифрами, а ризики обмежуються лише словесним описом типу «сектор державної економіки менш ризикований, ніж корпоративний сектор», тобто якісно. Мета роботи – спроба показати відношення параметрів інвестицій «термін», «прибутковість», «ризик» кількісно. При цьому ми даємо короткий опис простих і цілком зрозумілих методик опису ризику і, найголовніше, представлення ризику у чисельних значеннях.

Постановка задачі

Інвестор керується бажанням максимізувати прибуток, але спирається на власні знання. Знання підрозділяються на теоретичні і реальні. На обидва типи цих знань і спирається інвестор. При цьому теоретичні знання зв'язуються з реальним знанням на основі історичних даних разом з їх статистичною обробкою. Потрібний аналіз історії вартості паю фонду, аналіз того, наскільки ризикованим був складений сам кошик цінних паперів, що входять у портфель фонду, так і того, наскільки ризикованим було управління цим кошиком на тлі розвитку загальної економічної ситуації. Безумовно, деталі управління фондом залишаються для інвестора за кадром, і вся інформація, яку має інвестор, - це динаміка вартості паю / паїв. Проте, існують статистичні методи обробки історичних рядів даних, які відповідають на питання ризикованості управління.

Ми користуємося наступним визначенням прибутковості (вираженою у відсотках річних) для інвестиції на період t з початковим терміном інвестування T і закінченням інвестування в момент $T + t$,

$$R[T, T+t] \equiv R = \frac{C_{T+t} - C_T}{C_T} \cdot \frac{1}{t},$$

де C_T - початковий розмір інвестиції

C_{T+t} - розмір інвестиції у момент повернення

t - час, виражений в роках. Використання знаку \equiv означає те, що ми підкреслюємо залежність від змінних, тобто у формулі $R[T, T+t] \equiv R$ ми відзначаємо, що R залежить від термінів початку і кінця інвестування.

Далі розглядаємо два типи ризиків, виражених числовою величиною:

1) ризики в сенсі середньоквадратичного відхилення (або СКВ, стандартне відхилення, стандартна девіація), виражені в грошових одиницях або у відсотках (якщо СКВ обчислюється для прибутковостей);

2) ризики в сенсі критичного значення втрат при фіксованому рівні вірогідності втрат (так званий, VAR).

Сутність моделі полягає в тому, що за бажаною дохідністю найменшого періоду котирувань виходячи зі статистики часового ряду шукається оптимальний період інвестування за критерієм найменшого ризику.

Методологія

Ми аналізуємо вікна шириною 3 – 225 днів (повний спектр). Правий кінець періоду ковзання закріплений «сьогодні» (фактично, на кінець грудня 2008).

Для кожного вікна, по кожному його положенню всередині інтервалу ковзання обчислюються наступні характеристики:

1) прибутковість, отримана від придбання паю у момент початку вікна і продажу паю у момент кінця вікна (прибутковість перераховується у відсотки річних);

2) СКВ, обчислене за приростами ціни паю протягом усього вікна;

Середнє значення денних приростів вартості фонду для вікна шириною t обчислюється за формулою:

$$s = \frac{1}{t-1} \sum_{j=1}^{t-1} h_j,$$

де (h_j) — денні прирости вартості паю.

СКВ денних приростів вартості фонду по вікну визначається за формулою:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^{t-1} (h_j - s)^2}{t-2}}$$

Реальна прибутковість паю протягом вікна обчислюється за формулою:

$$r(t, T) \equiv r = \frac{P_{T+t} - P_T}{P_T} \cdot \frac{1}{t},$$

де P_T — вартість паю на початку вікна, тобто у момент часу T ;

P_{T+t} — вартість паю в кінці вікна, тобто у момент часу $T+t$.

Визначимо формально 10%-ний VAR. Нехай маємо спостереження X_1, X_2, \dots, X_N прибутковостей. Переставимо їх у зростаючому порядку, тобто утворюємо варіаційний ряд $X_{(1)} \leq X_{(2)} \leq \dots \leq X_{(N)}$. Відінемо зліва у варіаційному ряді 10% усіх спостережень: крайнє праве з відсічених спостережень матиме номер $(\kappa_{10\%})$, де $\kappa_{10\%} = [0,1 \cdot N]$, а квадратні дужки означають цілу частину числа.

СКВ (реальних) річних прибутків обчислюється за аналогічною формулою для СКВ по приростах у вікні

$$\sigma_T = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^N (r(t, j) - \overline{r(t)})^2}{N-1}}, \quad N = n - t,$$

де: t — ширина вікна

n — довжина (протяжність) періоду ковзання вікна T

N — розмір масиву ковзаючих вікон даного періоду ковзання

$r(t, j)$ — реальна річна прибутковість вікна шириною t на $(j-1)$ -му кроці його ковзання

$\overline{r(t)}$ — середнє значення (реальних) річних прибутків, обчислене по всьому масиву ковзаючих вікон даного періоду ковзання.

Отримавши дані прибутковостей і ризиків, по всьому спектру періодів знаходимо показник прибутковості, що наближається до бажаної прибутковості найбільше:

$$D_i = \min(|doxod - d[i]|),$$

де $doxod$ - це бажана прибутковість;

$d[i]$ - середня прибутковість періоду ковзання i ;

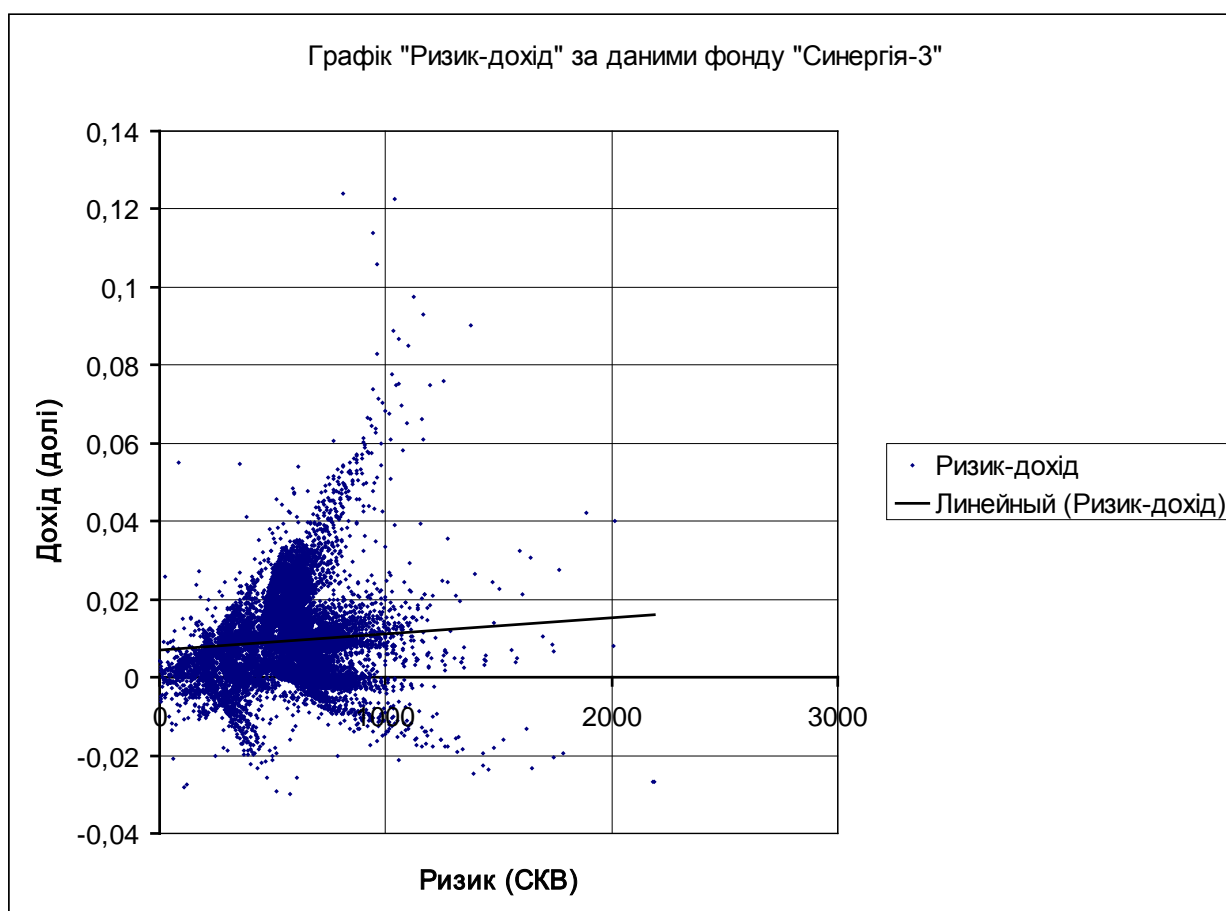
Після цього шукаємо період з данним прибутком за умов мінімального ризику:

$$Opt = T(\min(rsk[i]));$$

де T - шуканий період;

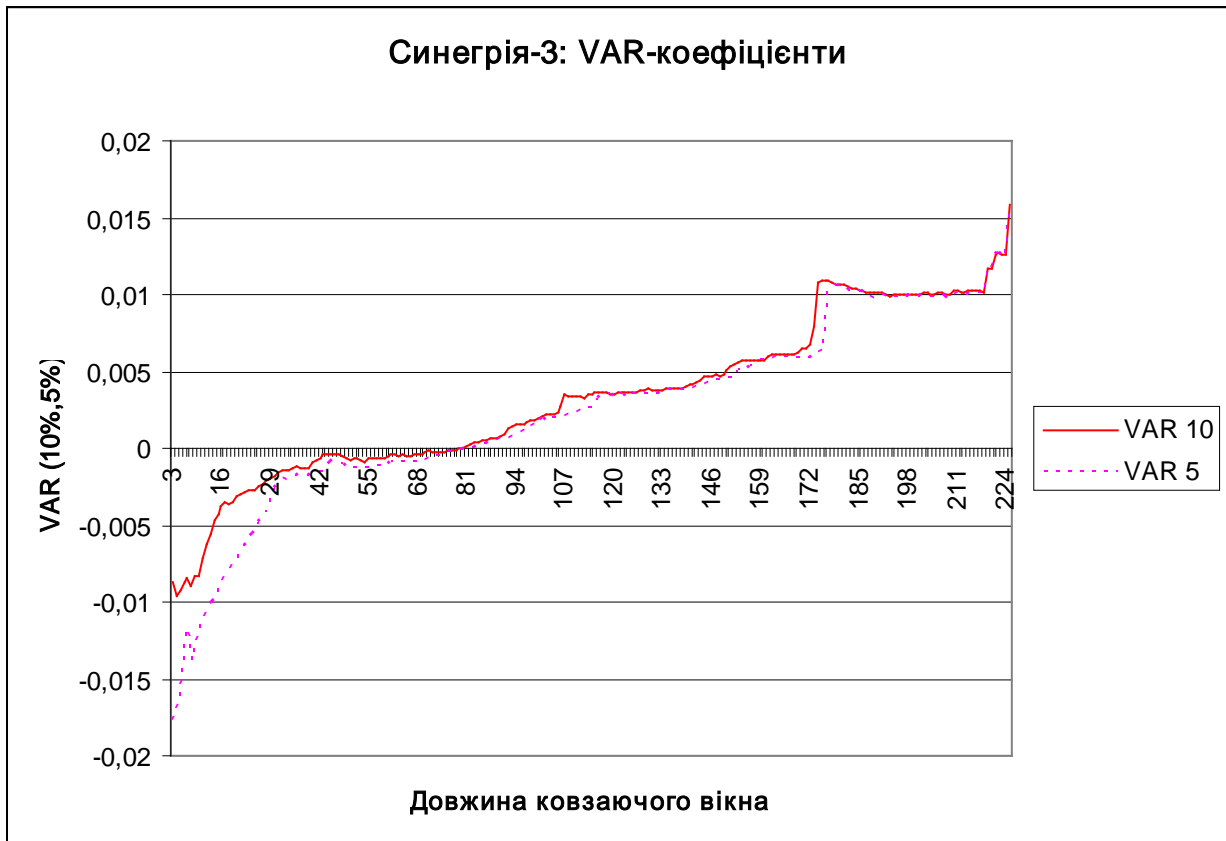
$rsk [i]$ - ризик у період i .

Результати дослідження



З даної таблиці можна помітити, що середній дохід має позитивне значення, а побудована лінія тренда демонструє тенденцію, що зі зростанням доходу зростає і ризик. Тобто

$$\frac{\partial f_1(x)}{\partial x} = a > 0, \text{ де } f_1(x) \text{ – лінія тренда}$$



Коефіцієнти VAR свідчать про те, яку дохідність інвестор перевищить з вірогідністю 90% (10% VAR) і відповідно 95% (5% VAR). Як бачимо для фонду «Синегрія 3». З достатньо великою вірогідністю інвестор поверне свої інвестиції без втрат десь після 80 днів інвестування.

Бажана денна дохідність %	Синегрія 3			Синегрія 4			Синегрія Бонд		
	Найближчий дохід за період	Найменший ризик, що задовольняє обмеженню доходності	Період, найкращий для інвестування	Найближчий дохід за період	Найменший ризик, що задовольняє обмеженню доходності	Період, найкращий для інвестування	Найближчий дохід за період	Найменший ризик, що задовольняє обмеженню доходності	Період, найкращий для інвестування
0,0042	0,004997	354,15	3	0,0054363	160,302	3	0,00042	30,47	52
0,01	0,0100015	608,075	81	0,0100067	273,623	104	0,00044	30,28	129

0,012	0,0120052	615,035	135	0,0120156	279,37	173	0,00044	30,28	129
0,014	0,0140601	602,444	221	0,0140694	275,236	211	0,00044	30,28	129
0,016	0,0159176	602,492	225	0,016077	272,321	220	0,00044	30,28	129

Висновки

Як ми бачимо з таблиці, спостерігається цікава тенденція. Після 100 – 120 днів коефіцієнт ризику поступово зменшується при зростанні періоду T .

З першого рядка ми бачимо, що при відносно невисоких денних відсотках, прибуткові фонди (Синергія 3 та Синергія 4) задовольняють умовам при малих періодах T , тобто доцільно інвестувати кошти на дуже невеликий строк. Але щоб досягнути ту саму (або близьку) середню дохідність фонду Синергія Бонд потрібно 52 доби, але такі строки компенсуються невеликим значенням ризику 30,47. Це природно, оскільки Синергія Бонд – це фонд облігацій, що вважаються менш ризикованими, але і менш прибутковими порівняно з цінами паперами інших фондів.

Дана модель відрізняється від аналогічних тим, що не спирається на припущення щодо відповідності розподілу значень цін паїв нормальному закону. Відтак отримання аналітичних оцінок стає проблематичним і перекладає всі труднощі отримки обчислювальні ресурси, тому, що фактично коефіцієнти треба вираховувати одним з варіантів перебору. Найточніша оцінка природньо отримується повним перебором. Розрахунки за цим методом, проведені в даній роботі, довели можливість такого роду розрахунків стандартними програмними засобами. Проте при збільшенні горизонту, пов'язану зі збільшенням терміну трудомісткість обчислень сильно зростає. Виходом з цього становища пропонується впровадження технології паралельних обчислень

Список використаної літератури

1. Айвазян С.А., Мхитарян В.С. Прикладная статистика и основы эконометрики: Учебник для вузов. – М.: ЮНИТИ, – 1998. – 270 с.

2. Комолкин А. В. Введение в параллельное программирование: Учебно-методическое пособие. – СПб – 2007. – 19 с.
3. Медведев Г.А. Практикум на ЭВМ по анализу временных рядов: учеб. пособие / Г.А. Медведев, В.А. Морозов. – Минск: Университетское, 2001. –192 с.
4. Статистические данные КУА «Кинто»: <http://www.kinto.com/>
5. Таха Хемди А. Введение в исследование операций = Operations Research: An Introduction. — М.: «Вильямс», 2007. — С. 912. — ISBN 0-13-032374-8.
6. Федосеев В.В., Гармаш А.Н., Орлова И.В., Половников В.А. Экономико-математические методы и прикладные модели. 2-е изд. – М.: ЮНИТИ-ДАНА, – 2005. – 391 с. – ISBN: 5-238-00068-5.
7. Энциклопедия финансового риск-менеджмента/ Под ред. канд экон. наук А.А. Лобанова, А.В. Чугунова. – 4-е изд., испр. и доп. – М.: Альпина Бизнес Букс, – 2009. – 932 с. – ISBN 9785961408249.