УДК 331.5.024.5:519.2

© Матусов Ю.П.
ст. викл.
© Дмитрієв Д.С.
магістрант
Національний технічний університет України (НТУУ "КПІ"), Київ.

ОЦІНКИ ІНДИКАТОРІВ ІНТЕГРАЛЬНОГО ПОКАЗНИКА В ДОСЛІДЖЕННІ РИНКУ ПРАЦІ УКРАЇНИ*

Досліджуються деякі задачі побудови інтегрального показника ефективності роботи людини на ринку праці України з використанням факторного аналізу.

Індикатори інтегрального показника ефективності роботи розраховуються методом Бартлета-Томсона в умовах імітаційного моделювання важелів ринку праці.

Some problems of the building an integral index of the efficacy man's work in the market of the labour of Ukraine are investigated with using factor analysis.

Integral index indications of the efficacy man's work are calculated by Bartlett-Thomson method in condition of the simulation a predominating values of the market of the labour.

Ключові слова: індикатор, інтегральний показник, факторна регресія, оцінка ефективності, ринок праці.

Вступ. Ринок праці - суспільно-економічна форма руху трудових ресурсів і, як фундамент ринкової економіки, витримує колосальне навантаження з боку різних суб'єктів трудових відносин. Функціонально-організіційна структура ринку праці включає в себе, в умовах ринкової економіки, наступні елементи: принципи державної політики в області зайнятості і безробіття; систему підготовки кадрів; систему найму, контрактну систему; фонд підтримки безробітних; систему перепідготовки і перекваліфікації; біржі праці; правове регулювання зайнятості [1].

Актуальні питання стоять в наш час особливо гостро, як в дослідженні ринку праці України в цілому, так і в тому, як людині найкраще пристосуватися в сучасних умовах існування.

---

* Робота зв'язана з науковою роботою кафедри ММЕС НТУУ „КПІ": „Теоретично-методологічні положення щодо визначення та оцінки індикаторів ринку праці в Україні; моделювання шляхів розвитку" (тема №2958ф, №держ.реєстр. 0106U002066, КВНТД П.2.29.02.02.

В даній статті на прикладі побудови інтегрального показника розглядається математично-статистична формалізація задачі оцінкилатентних ознак (індикаторів) інтегрального показника, які утворюють фактори ринку праці. Саме із-за невизначеності ринку робочої сили використовується імітаційне моделювання домінуючих характеристик ринку праці, щоб: 1)описати поведінку системи; 2)побудувати теорії і гіпотези, які можуть пояснити поведінку, яку ми спостерігаємо; 3)використати отримані результати цієї теорії для того, щоб передбачити майбутню поведінку складної системи [2]. Розкриваючи показники: економічної активності трудового потенціалу, зайнятості, безробіття та зарплати в умовах моделі рівноваги на ринку праці, виявляються факторні змінні методом М.Бартлета-Г.Томсона [3].

У задачі статистичного оцінювання регресійної моделі і будови інтегрального показника на регресійній основі зосереджується увага на двофакторній моделі латентних індикаторів: індекс можливостей та індекс мотивацій. Це дає змогу виконувати оптимізацію економетричної моделі [4].

Аналіз важелів ринку праці зосереджується на таких індикаторах.

1. *Зайнятість населення.*

Повна зайнятість працездатного населення хіба що декларувалася, бо її ніколи не було насправді. Не випадково статистичні органи фіксували з року в рік кількість працездатних, що були незайняті у суспільному виробництві, або ж зайнятих у домашньому господарстві. [5].

2.*Безробіття і ринок праці.*

3.*Соціальний захист населення.*

Таким чином, вплив домінуючих важелів: соціально-економічних умов, організаційно-правових умов, демографічно- і природо-кліматичних умов - відтворюють побудову зв’язків між даними по економічнії активності, зайнятості, безробіттю та по зарплаті з метою визначення факторів ринку праці.

Постановка задачі. При розробці моделі (1) факторного аналізу перш за все необхідно з’ясувати існування цієї моделі. Далеко не для всякої заданої структури зв’язків між даними ознаками $X=(x^{(1)}, x^{(2)}, \dots x^{(p)})^T$ за моделлю, наведеною нижче, можна побудувати модель факторного аналізу. Тобто вказати на такі загальні фактори $f^{(1)},\dots,f^{(p')}$, або довести їх існування, які б пояснювали наявну кореляцію між парами ознак $x^{(i)}$, $x^{(j)}$ в межах статистики ν.

$$X=Q*F+U, \quad \text{або}$$

$$x_\nu^{(i)} = \sum_{j=1}^{p'} f_\nu^{(j)} q_{ij} + u_\nu^{(i)}, \; i=1,\dots,p; \; \nu=1,..,n, \tag{1}$$

де **ν** - номер випробування. Якщо параметри такі, що дозволяють побудову моделі факторного аналізу, то означення відповідних факторів $F^T = (f^{(1)},\dots,f^{(p')})$ і коефіцієнтів лінійного перетворення $Q=(q_{ij})$, яке зв’язує

X та F, не єдине. Тому необхідно шукати додаткові обмеження на матрицю перетворення Q і на коваріаційну матрицю $V = (v_{ij})$ залишкових специфічних факторів $u^{(1)},...,u^{(p)}$, щоби означення параметрів шуканої моделі факторного аналізу було б єдиним. Отже, в розпорядженні дослідника є багатовимірна послідовність спостережень $X_1, X_2,..., X_n$, і за допомогою моделі (1) необхідно перейти від заданих корельованих ознак $x^{(1)}$, $x^{(2)}$, …$x^{(p)}$, які є компонентами кожного із спостережень, до меншої кількості некорельованих допоміжних ознак (загальних факторів) $f^{(1)},..., f^{(p')}$. Для цього необхідно знайти оцінки невідомих нагрузок $\hat{q}_{ij}$, залишкових дисперсій $\hat{v}_{ii}$ і, нарешті, з'ясувати ці фактори $\hat{f}^{(i)}$.

Оцінка значень факторів. Для вирішення цієї задачи використовується метод М.Бартлета-Г.Томсона [3].

Методологія. Уявимо, що задачу статистичного оцінювання невідомих нагрузок $\hat{Q}' = (\hat{q}_{ij})$ та залишкових дисперсій $\hat{V} = (\hat{v}_{ii})$ вже розв'язано.

Метод Бартлета розглядає окремо для кожного фіксованого номера спостереження $v(v = 1,2,..., n)$ модель (1), як регресію ознаки x_v за аргументами $\hat{q}_{.1}, \hat{q}_{.2},..., \hat{q}_{.p'}$; при цьому верхній індекс $i = 1,2,..., p$ у ознаки (та відповідний перший нижній індекс у нагрузки) грає в даному випадку роль номера спостережень в регресійній схемі, так що в моделі (1) значення $f_v^{(1)}, f_v^{(2)},..., f_v^{(p')}$ інтерпретуються, як невідомі коефіцієнти регресії x_v за відомими оцінками значень нагрузок $\hat{q}_{.1}, \hat{q}_{.2},..., \hat{q}_{.p'}$. У відповідності з відомою технікою методу найменших квадратів (з урахуванням „нерівнозначності" вимірів того, що взагалі $D_x^{(i_1)} \neq D_x^{(i_2)}$ при $i_1 \neq i_2$), визначаються невідомі коефіцієнти регресії $\hat{F}_v = (\hat{f}_v^{(1)},..., \hat{f}_v^{(p')})$ з умови:

$$\sum_{i=1}^{p} \frac{1}{\sigma_{ii}} (x_v^{(i)} - \sum_{j=1}^{p'} \hat{f}_v^{(j)} \hat{q}_{ij})^2 = \min_{F_v} \sum_{i=1}^{p} \frac{1}{\sigma_{ii}} \times (x_v^{(j)} - \sum_{j=1}^{p'} f_v^{(j)} \hat{q}_{ij})^2 .$$

Таким чином, отримуємо співвідношення:

$$\hat{F}_v = (\hat{Q}^T \hat{V}^{-1} \hat{Q})^{-1} \hat{Q}^T \hat{V}^{-1} X_v \qquad (v = 1,..., n). \tag{2}$$

Якщо досліджуваний вектор спостережень X є нормальним, то вищезазначені оцінки будуть одночасно й оцінками максимальної правдоподібності. Нестрогість даного методу, що полягає в заміні реальних (невідомих нам) величин q_{ij} та v_{ii} їхніми наближеними (оціночними) значеннями $\hat{q}_{ij}$ и $\hat{v}_{ii}$, дозволяє отримати кількість факторів $f^{(1)},..., f^{(p')}$ за оцінками регресійних коефіцієнтів.

Метод Томсона розглядає зворотню регресію залежних змінних $f^{(1)},..., f^{(p')}$ за аргументами $x^{(1)},..., x^{(p)}$. Тоді відповідні коефіцієнти $\hat{c}_{ij}$ в співвідношеннях $\hat{f}^{(i)} = \sum_{j=1}^{p} \hat{c}_{ij} x^{(j)} \quad (i = 1,..., p')$, або в матричному вигляді:

F=C*X, де C — матриця коефіцієнтів c_{ij} вимірності $p' \times p$, знаходять за методом найменших квадратів з умови:

$$\sum_{v=1}^{n}\sum_{i=1}^{p'}(\hat{f}_v^{(i)} - \sum_{j=1}^{p}\hat{c}_{ij}x_v^{(j)})^2 = \min_{c_{ij}}\sum_{v=1}^{n}\sum_{i=1}^{p'}(\hat{f}_v^{(i)} - \sum_{j=1}^{p}c_{ij}x_v^{(i)})^2 \qquad (3)$$

Оскільки розв'язок екстремальної задачі (3) формується в термінах коваріації $x^{(i)}$ і $f^{(j)}$, то відсутність спостережень за факторними змінними $f^{(j)}$ можна компенсувати знанням цих коваріацій з подальшою перевіркою за методом Бартлета, тобто:

$$E\left\{\begin{bmatrix} x^{(1)} \\ . \\ . \\ . \\ x^{(p)} \\ f^{(1)} \\ . \\ . \\ . \\ f^{(p')} \end{bmatrix}(x^{(1)},...,x^{(p)}, f^{(1)},..., f^{(p')}\right\} = \begin{pmatrix} QQ^T + V & Q \\ Q^T & I_{p'} \end{pmatrix}.$$

Далі, виконуючи перетворення за методом найменших квадратів, отримуємо (із заміною матриць Q та V їхніми оціночними аналогами) зв'язок:

$$F_v = (I + \Gamma)^{-1}\hat{Q}^T\hat{V}^{-1}X_v \quad (v = 1,2,...,n), \qquad (4)$$

де матриця Г (разміру $p \times p$) визначається виразом:

$$\Gamma = \hat{Q}^T\hat{V}^{-1}\hat{Q}. \qquad (5)$$

Порівняння виразів (2) і (4) дозволяє отримати реальне співвідношення між розв'язками за методом Бартлета $\hat{F}^{(Б)}$ і за методом Томсона $\hat{F}^{(T)}$: $\hat{F}^{(Б)} = (I + \Gamma^{-1})\hat{F}^{(T)}$. Елементи матриці $\hat{Q}^T\hat{V}^{-1}\hat{Q}$ достатньо значні по відношенню до одиничної матриці I, отже (2) і (4) можна усереднити: $F_{ср}=(\hat{F}^{(Б)} + \hat{F}^{(T)})/2$.

Знаходження кількості факторів p' дозволяє побудувати інтегральний показник латентної ознаки f_Σ. Нехай узагальнена латентна характеристика f_Σ аналізуємої ознаки об'єкта визначається набором окремих критеріїв, які задаються на знайдені факторні змінні $f^{(1)},..., f^{(p')}$. Самі змінні теж є латентними, тобто не піддаються безпосередньому кількісному вимірюванню (для них не існує об'єктивної обумовленої шкали). Тоді модель, яка зв'язує між собою інтуітивне відображення загального показника якості y, сам загальний показник $f_\Sigma(f^{(i)}),\ i=1,\ldots, p'$, як функцію, і випадковий залишок $\delta(f^{(i)})$, має наступний вигляд:

$$y = f_\Sigma(f^{(i)}) + \delta(f^{(i)}) \qquad (6)$$

Практично, не обмежуючи загальності даної схеми (6), можна прийняти припущення відносно перших двох моментів залишкової випадкової компоненти $\delta(f^{(i)})$:

$$M[\delta(f^{(i)})]=0, \qquad D[\delta(f^{(i)})]=deg^2(f^{(i)})<\infty \qquad (7)$$

Тоді узагальнена (интегральна) характеристика $f_\Sigma(f^{(i)}),\ i=1,\dots,\ p'$ може відтворюватися, як регресія у по $f^{(i)}$, і ставиться задача оцінювання інтегрального показника $f_\Sigma(f^{(i)})$ з точністю до будь-якого монотонного перетворювання.

Означення. Цільовою функцією латентної характеристики $f_\Sigma(f^{(i)})$, $i=1,\dots,\ p'$, («вихідної якості») називається будь-яке перетворення вигляду $\varphi(f^{(1)},\dots,f^{(p')})$, яке зберігає задане співвідношення порядку серед об'єктів $O_1,O_2,\dots,O_n$, які аналізуються за усередненими значеннями вихідної якості. Тобто, має місце властивість, що із нерівностей $f_\Sigma(f^{(i1)})\geq f_\Sigma(f^{(i2)})\geq\dots\geq f_\Sigma(f^{(in)}),\ i=1,\dots,\ p',\ n=1,\dots,\ k$ з необхідністю випливає виконання нерівностей $\varphi(f_\Sigma(f^{(i1)}))\geq\varphi(f_\Sigma(f^{(i2)}))\geq\dots\varphi(f_\Sigma(f^{(in)})),\ i=1,\dots,\ p'$, $n=1,\dots,\ k$, і навпаки. Дане означення цільової функції неоднозначне і обумовлює змістовну інтерпретацію у залежності від контексту дослідження.

В якості приклада вибран зміст ефективності роботи людини на ринку праці України.

Для побудови алгоритму відтворення функції якості зручно параметризувати модель (6), як $F=\{f(X;\theta)\}$, в рамках якої буде шукатись цільова функція $f(X)$. Але вибір цієї параметричної за θ сім'ї, як правило, не вдається закріпити теоретичним доведенням, тому реально маємо справу не з цільовою функцією $f(X)$, а з деяким її наближенням у формі $\hat{f}(X)$. Враховуючи однорідність обстеження об'єктів за всіма неврахованними змінними і обмеженність інтервалу часу, на протязі якого використовується шукана апроксимація цільової функції, вибираємо лінійний вигляд оцінок:

$$\hat{f}(X;\theta)=\theta_0+\sum_{i=1}^{p}\theta_i x^{(i)},$$

(8) де коефіцієнти $\theta=(\theta_0,\theta_1,\dots,\theta_p)^T$ оцінюються статистично за вхідними даними. Латентні ознаки $f^{(1)},\dots,f^{(p')}$ виступають в якості індикаторів інтегрального показника $f_\Sigma(f^{(i)})$, оцінкою якого є співвідношення.

Отже, побудову нашої моделі можна подати у вигляді схеми:

Обробка статистики і виділення факторів

↓

Формування моделі регресії за методом Бартлета-Томсона та усереднення стабілізаційного сценарію розвитку ринку праці

↓

Побудова цільової функції інтегрального показника за прийнятими індикаторами ринку праці

Результати дослідження. На основі даних статистики вирішується задача статистичного оцінювання невідомих нагрузок $\hat{q}_{ij}$ та залишкових дисперсій методом імітаційного моделювання важелів ринку праці. В ході задачі з'ясовуються кореляційні співвідношення між латентними ознаками і методом Бартлета-Томсона визначаються фактори. Означена двофакторна модель: „індекс можливостей – індекс мотивацій" показана на рис.3.

Розрахунок інтегрального показника (індекс ринку праці).

$DN := (0.73\ \ 1.26\ \ 1.43\ \ 1.53\ \ 1.78\ \ 2.30\ \ 3.11\ \ 3.76\ \ 4.62\ \ 5.90\ \ 8.06\ \ 10.41)^T$

$ISC := (2.817\ \ 1.397\ \ 1.101\ \ 1.20\ \ 1.192\ \ 1.258\ \ 1.061\ \ 0.994\ \ 1.082\ \ 1.123\ \ 1.103\ \ 1.116)^T$

$ZV := (2.41251\ \ 2.4114\ \ 2.37555\ \ 2.29984\ \ 1.99478\ \ 2.01750\ \ 1.99715\ \ 2.00912\ \ 2.01630\ \ 2.02957\ \ 2.0680\ \ 2.07304)^T$

$BV := (1.4370\ \ 1.9975\ \ 2.3301\ \ 2.9371\ \ 2.6143\ \ 2.6558\ \ 2.4550\ \ 2.1407\ \ 2.0080\ \ 1.9067\ \ 1.6008\ \ 1.511)^T$

$PRRS := (2.184\ \ 3.638\ \ 4.267\ \ 2.733\ \ 2.401\ \ 2.541\ \ 2.446\ \ 1.945\ \ 1.894\ \ 1.383\ \ 1.325\ \ 1.284)^T$

$RPR := (-2.997\ \ -3.095\ \ -3.116\ \ -3.007\ \ -3.500\ \ -3.730\ \ -3.695\ \ -3.642\ \ -3.568\ \ -3.34\ \ -3.559\ \ -2.977)^T$

$RM := (-1.316\ \ -1.692\ \ -1.36\ \ -1.52\ \ -1.383\ \ -1.336\ \ -1.522\ \ -0.338\ \ -0.242\ \ -0.076\ \ 0.046\ \ 0.142)^T$,

де, відповідні індикатори параметри мають назву:

DN – доходи населення;
ISC – індекси споживчих цін;
ZV – рівень зайнятості;
BV – рівень безробіття;
RM – рівень міграції;
PRRS – попит та пропозиція робочої сили;
RPR – рівень приросту населення;

Відповідно до моделі, стабілізаційний сценарій Z1 розвитку ринку праці має вигляд:

$Z1 := (-2.5\ \ -2\ \ -1.5\ \ -2.5\ \ -2\ \ -2\ \ -2.5\ \ -2\ \ -1.5\ \ -2\ \ -2.5\ \ -2)$, щопоказано на рис.1. За формулами (2), (4), (5) отримуємо коефіцієнт регресії:

$Q := \left(X1 \cdot X1^T\right)^{-1} \cdot X1 \cdot Z1^T$, де X1 - матриця вище зазначених параметрів (12x8). Стабілізаційний сценарій розвитку ринку праці відповідає статистиці, яка представлена на рис.2.

Тоді, за формулою (6), маємо розрахунок інтегрального показника даних:

$Int := DN \cdot Q_1 + ISC \cdot Q_2 + ZV \cdot Q_3 + BV \cdot Q_4 + RM \cdot Q_5 + PRRS \cdot Q_6 + RPR \cdot Q_7$,

Int – інтегральний показник є цільвою функцією даної моделі в умовах обмежень параметрів X2, X4, X6, X8 (рис.3).

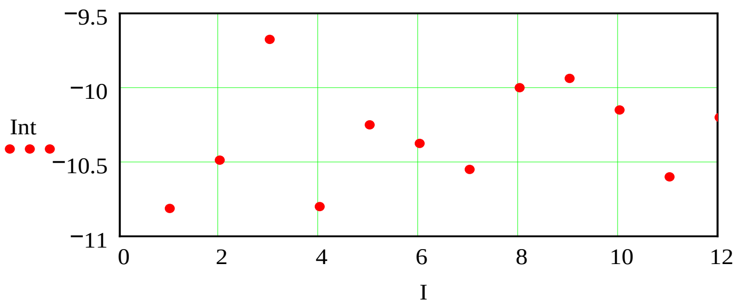

Рис.1 Стабілізаційний сценарій розвитку ринку праці (z1).

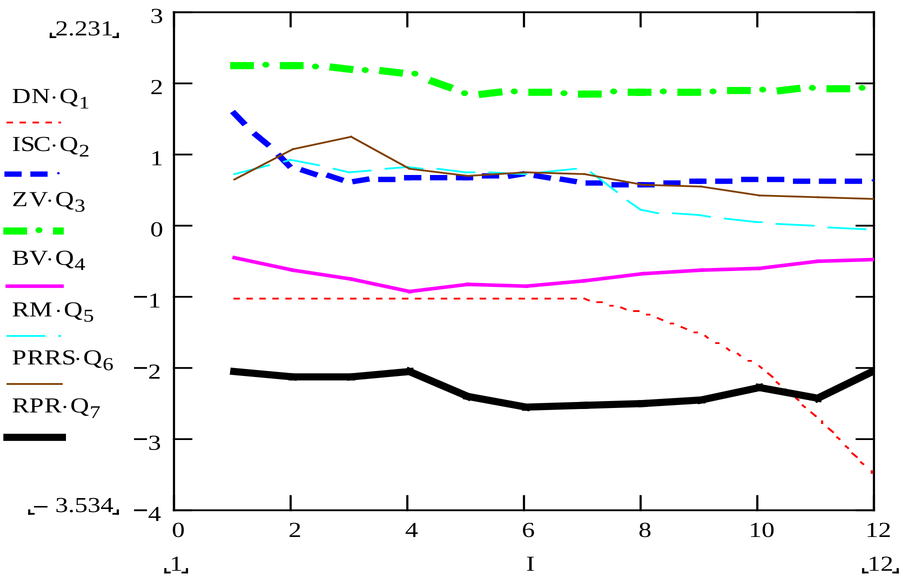

Рис.2 Статистика стабілізаційного сценарію.

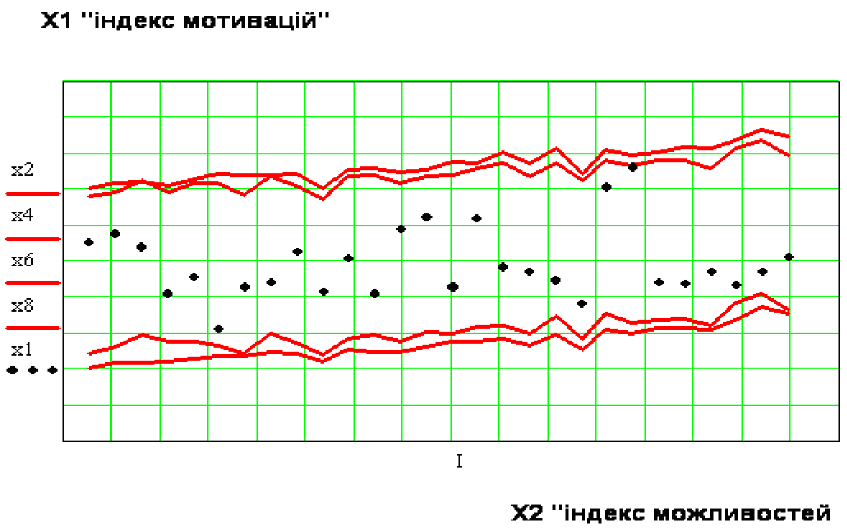

Рис.3 Двофакторна модель інтегрального показника (X1) в умовах обмежень X2, X4, X6, X8.

Висновки. Побудова інтегрального показника ринку праці (індекса ринку праці) сприяє ефективності аналізу усієї статистики ринку праці. Знання цільової функції дозволяє: 1) робити формалізовану оцінку рівня трудового потенціалу працівника, засновану тільки на знанні окремих числових показників, що характеризують його працю; 2) найбільше доцільно будувати індивідуальні плани для працівника, особливу увагу приділяючи удосконаленню тих компонентів праці, що ввійшли в цільову функцію з відносно великими вагами і за рахунок яких, можна домогтися найбільш істотного приросту в оцінках трудового потенціалу працівника.

Побудований, таким чином, інтегральний показник забезпечує математичну формалізацію оцінки ринку праці.

Література

1. Иохин Виктор Яковлевич Экономическая теория : Учебник для студ. вузов по эконом. спец. и напр. [Текст] / В.Я. Иохин ; Моск. гос. ун-т коммерции.- М.: Юристъ, 2000.- 861 с..- (Homo faber).- 15000.. - ISBN 5-7975-0112-0

2. Багриновский К.А, Конник Т.И., Левинсон М.Р. Имитационные системы принятия экономических решений [Текст]/ К.А. Багриновский, Т.И. Конник, М.Р. Левинсон и др.- М.: Наука, 1989.- 162 с.- 15000 : ил..- ISBN 5-02-011880-X4.

3. Айвазян С.А., Мхитарян В.С. Прикладная статистика и основы эконометрики [Текст] / С.А. Айвазян, В.С. Мхитарян. - М, ЮНИТИ, 1998. – 1022с. -7000 -ISBN 5-238-00305-6

4. О.І. Кулинин. Економетрія: проблеми теорії і практики: збірник наукових праць[Текст]/ О.І. Кулинин. Хмельницький, ХІУП, 2003.– 158с. (с.96-99, Матусов Ю.П. Від економетрії до прогнозування і оптимізації в інституціональних задачах).- 230.- ISBN 5-0201-19521-0.

5. Рофе А.И., Стрейко В.Т., Збышко Б.Г. Экономика труда: учебник для вузов. [Текст] / А.И. Рофе, В.Т. Стрейко, Б.Г. Збышко – М.: МИК, 2000 г, 248с.- 8800.. - ISBN 5-4215-0782-3